Devoirs

Mathématiques

Seconde

Notice individuelle

Devoirs 1 à 6

Rédaction **Philippe Bardy** **Jean-Philippe Baurens**
Sébastien Cario **Sébastien Kernivinen**

Coordination **Jean-Michel Le Laouénan**

Imprimé au Cned - Site de Rennes 7, rue du Clos Courtel 35050 Rennes Cedex 9

Devoirs

1 à 6

Devoir 1 à envoyer à la correction

Attention

▸ Collez l'étiquette codée **MA20 – DEVOIR 01** sur la 1re page de votre devoir. Si vous ne l'avez pas reçue, écrivez le code **MA20 – DEVOIR 01**, ainsi que vos nom et prénom.

Important

▸ La saisie informatisée des devoirs ne permet aucune erreur de code.

▸ Veuillez réaliser ce devoir après avoir étudié les séquences 1 et 2.

Exercice 1 *(5 points)*

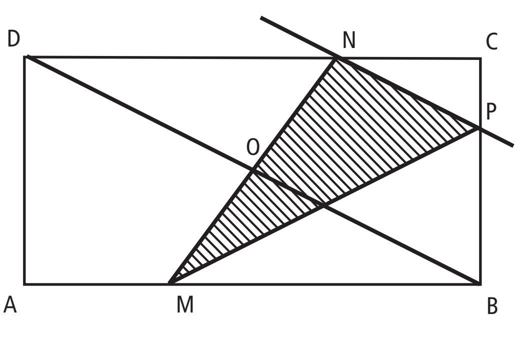
❶ Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{-x^2}{2}+4x$.

a) Montrer que $f(x)=8-\dfrac{1}{2}(x-4)^2$.

b) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$, $f(x)\leq 8$. Pour quelle(s) valeur(s) a-t-on $f(x)=8$?

❷ On considère un rectangle ABCD de centre O où AB = 8 et AD = 4.

M est un point de [AB] et on note AM = x ; (OM) coupe (CD) en N et la parallèle à (BD) passant par N coupe (BC) en P. Nous allons rechercher la position de M pour laquelle l'aire de MNP est maximale.



a) Calculer CN et montrer que l'aire du trapèze MBCN est égale à 16.

b) Calculer les aires des triangles MBP et PCN ; en déduire que l'aire du triangle MPN est égale à $4x-\dfrac{x^2}{2}$.

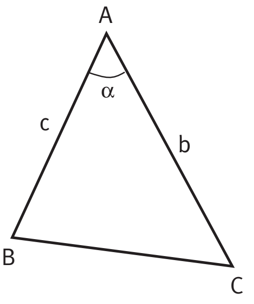
c) L'aire de MNP peut-elle être égale à 8 ?

d) Déterminer la position de M pour laquelle l'aire de MNP est maximale.

Exercice 2 *(4 points)*

On désire automatiser le calcul de la longueur BC d'un triangle ABC connaissant

AB = c, AC = b et $\widehat{BAC}=\alpha$.



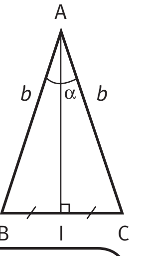
❶ Cas d'un triangle isocèle de sommet A.

a) On considère un triangle ABC isocèle de sommet A. On note :

$AB = AC = b$ et $\widehat{BAC} = \alpha$. De plus, on note I le milieu de [BC].

Calculer BC en fonction de b et de α (*on pourra utiliser les formules de trigonométrie dans le triangle AIB).*

b) Compléter l'algorithme suivant pour qu'il nous donne en sortie la longueur BC.



Entrée

b réel positif et α réel compris entre 0 et 180°

Traitement

Dans M mettre b

Dans N mettre α

Dans S mettre …

Dans P mettre $2 \times S \times ...$

Sortie

Afficher P.

❷ Cas d'un triangle quelconque.

On suppose que l'algorithme suivant réponde au problème posé lorsque l'angle $\widehat{BAC}$ est aigu.

Entrée

b, c réels positifs et α réel compris entre 0 et 180°

Traitement

Dans M mettre b

Dans N mettre c

Dans P mettre α

Dans Q mettre M^2+N^2

Dans R mettre $2 \times M \times N$

Dans T mettre R*cos (P)

Dans S mettre Q-T

Dans U mettre $\sqrt{S}$

Sortie

Afficher U.

a) Faire fonctionner avec $b = c = 5$ et $\alpha = 30°$ (*on donnera des valeurs approchées à* 10^{-2} *près*).

b) *Pour cette question, toute trace de recherche sera valorisée.*

Trouver la valeur de b tel que l'algorithme nous donne en sortie 40 lorsque l'on entre $c = 40$ et $\alpha = 30°$.

Exercice 3 *(4 points)*

L'unité de longueur est le cm.

ABC est un triangle tel que AB = 2, AC = 3 et BC = 4.

E désigne un point de [AB] ; la parallèle à la droite (BC) passant par E coupe la droite (AC) en F.

On pose $x = \text{AE}$ et on appelle $p(x)$ le périmètre du triangle AEF et $q(x)$ celui du trapèze BCFE.

❶ Montrer que $\text{AF} = \frac{3}{2}x$; exprimer de même EF en fonction de x ; en déduire $p(x)$.
Quelle est la nature de la fonction qui à x associe $p(x)$?

❷ Montrer que $q(x) = 9 - \frac{1}{2}x$; quelle est la nature de la fonction qui à x associe $q(x)$?

❸ Représenter graphiquement ces deux fonctions sur un même graphique (prendre comme unités : 5 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée).

❹ Expliquer comment ce graphique permet de déterminer la valeur de x pour laquelle AEF et BCFE ont le même périmètre. Calculer cette valeur de x et faire la figure correspondante.

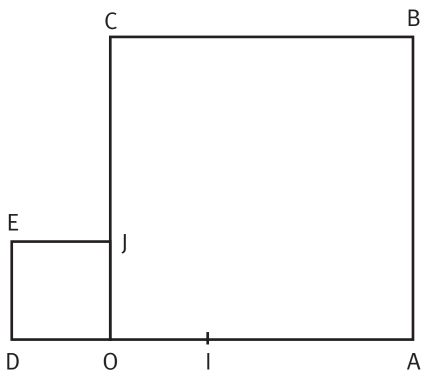
Exercice 4 *(3 points)*

OABC est un carré de côté 3.

I est le point de [OA] tel que OI = 1 et J est le point de [OC] tel que OJ = 1.

Ainsi (O; I; J) est un repère orthonormé.

De plus, D est le symétrique de I par rapport à O et E est le point tel que OJED soit un carré.



❶ Donner, sans justification, les coordonnées des points A, B, C, D, et E.

❷ Déterminer une équation de chacune des droites (AJ), (CD) et (EB).

❸ Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites (AJ) et (EB), point que l'on notera K.

❹ Montrer que les points C, D et K sont alignés.

Exercice 5 *(4 points)*

Dans un repère (O ; I ; J), on considère les droites d_1 , d_2 , d_3 et d_4 d'équations respectives :

$d_1 : y = \frac{3}{4}x + \frac{19}{4}$, $d_2 : y = \frac{3}{4}x - \frac{19}{4}$, $d_3 : y = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$ et $d_4 : y = -\frac{1}{3}x - \frac{11}{3}$.

❶ Parmi les droites d_1, d_2, d_3, et d_4, lesquelles sont parallèles ?

❷ Résoudre le système d'équations linéaires : $\begin{cases} 3x - 4y = 19 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$.

Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

❸ Montrer que le polygone dont les sommets sont les points d'intersection des droites d_1, d_2, d_3, et d_4 admet O comme centre de symétrie. Quelle est la nature de ce polygone ?

❹ Déterminer les coordonnées des sommets du polygone précédent.

■

N'oubliez pas de joindre la notice individuelle que vous trouverez dans ce livret, avec le 1er devoir, pour le professeur correcteur. Elle est également téléchargeable sur votre site de formation.

Devoir 2 à envoyer à la correction

Attention

- Collez l'étiquette codée **MA20 – DEVOIR 02** sur la 1re page de votre devoir. Si vous ne l'avez pas reçue, écrivez le code **MA20 – DEVOIR 02**, ainsi que vos nom et prénom.

Important

- La saisie informatisée des devoirs ne permet aucune erreur de code.
- Veuillez réaliser ce devoir après avoir étudié la séquence 3.

Exercice 1 *(8 points)*

Partie I

Soit f la fonction définie sur $]-\infty\,;-20[\,\cup\,]-20\,;+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{40x}{x+20}$.

❶ Montrer que pour tout x de $]-\infty\,;-20[\,\cup\,]-20\,;+\infty[$, $f(x)=40-\dfrac{800}{x+20}$.

❷ Résoudre les équations :

a) $f(x)=20$

b) $f(x)=40.$

❸ On veut résoudre l'inéquation (E) : $f(x)\leq 30$.

a) Montrer que résoudre cette inéquation revient à résoudre l'inéquation (E') : $\dfrac{10(x-60)}{x+20}\leq 0.$

b) En utilisant un tableau de signes, résoudre (E').

c) Conclure sur l'ensemble des solutions de l'inéquation (E).

Partie II

Deux villes A et B sont distantes de 60 km. Un cycliste part de A, se rend à la ville B et revient en A. Il effectue le trajet aller à la moyenne de 20 km.h^{-1} et le trajet retour à la moyenne de $x\text{ km.h}^{-1}$.

❶ En combien de temps effectue-t-il le trajet aller ?

❷ Exprimer en fonction de x, le temps en heures mis pour effectuer le trajet retour.

❸ Montrer que la vitesse moyenne réalisée sur le parcours est $f(x)=\dfrac{40x}{x+20}$.

Partie III

En utilisant les résultats de la partie I, répondre aux questions suivantes.

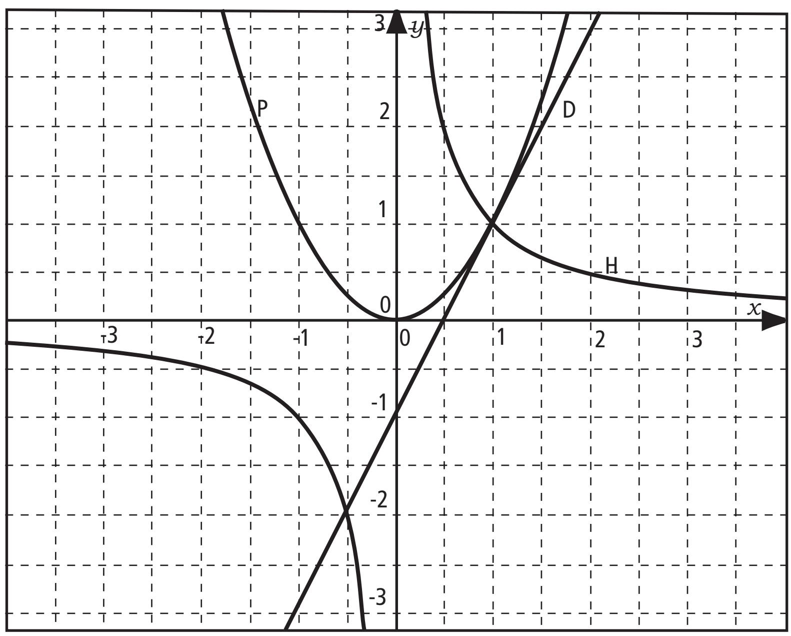
❶ Le cycliste peut-il effectuer l'ensemble du parcours à la vitesse moyenne de $20\ \text{km.h}^{-1}$?
Si oui, quelle doit être sa vitesse moyenne sur le trajet retour ?

❷ Le cycliste peut-il effectuer l'ensemble du parcours à la vitesse moyenne de $40\ \text{km.h}^{-1}$?
Si oui, quelle doit être sa vitesse moyenne sur le trajet retour ?

❸ La vitesse moyenne sur l'ensemble du parcours est inférieure ou égale à $30\ \text{km.h}^{-1}$.
Que peut-on dire de sa vitesse moyenne sur le trajet retour ?

Exercice 2 *(4,5 points)*

Sur le graphique ci-contre figurent les courbes P et H d'équations respectives $y = x^2$ et $\frac{1}{x} > x^2.$ ainsi que la droite D d'équation $y = 2x - 1$.



❶ Lire sur le graphique les abscisses des points d'intersection de P et H ; vérifier leur exactitude par le calcul.

Résoudre graphiquement l'inéquation $\frac{1}{x} > x^2$.

❷ Vérifier par le calcul que P et D n'ont qu'un seul point d'intersection ; préciser ses coordonnées.

❸ Lire sur le graphique les abscisses des points d'intersection de D et H ; vérifier leur exactitude par le calcul.

Exercice 3 *(3,5 points)*

❶ Démontrer que : $x^2 + x - 992 = (x - 31)(x + 32)$.

❷ Le nombre 1985 est la somme de 2 carrés d'entiers positifs consécutifs (comme $5 = 1^2 + 2^2$ et $85 = 6^2 + 7^2$). Déterminer ces deux entiers.

❸ *Pour cette question, toute trace de recherche même incomplète sera valorisée.*
Montrer que 1969 est la somme de 11 carrés d'entiers consécutifs.

Exercice 4 *(4 points)*

Ci-dessous sont données les courbes représentatives des fonctions f, g *et* h définies sur $\mathbb{R}$ par :

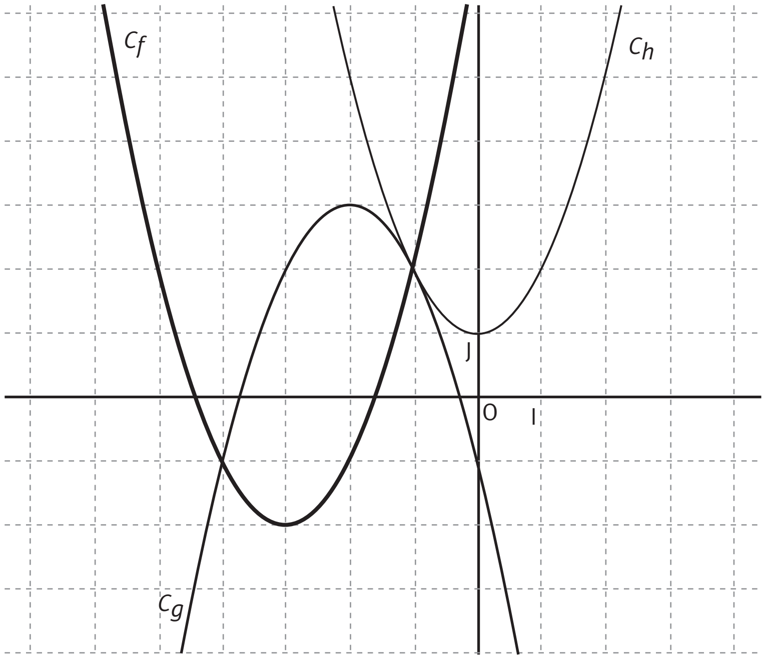
$f(x) = x^2 + 6x + 7$, $g(x) = -x^2 - 4x - 1$ et $h(x) = x^2 + 1$.

❶ Résoudre graphiquement l'équation : $f(x) = g(x)$.

❷ Vérifier que : $f(x) - g(x) = 2(x+4)(x+1)$ puis résoudre algébriquement l'équation $f(x) = g(x)$.

❸ Comparer graphiquement $g(x)$ et $h(x)$. Retrouver algébriquement ce résultat en calculant $g(x) - h(x)$.

❹ Résoudre algébriquement l'inéquation $f(x) > h(x)$.



■

N'oubliez pas d'envoyer la notice individuelle si vous ne l'avez pas jointe avec le 1^er^ devoir.

Devoir 3 à envoyer à la correction

Attention

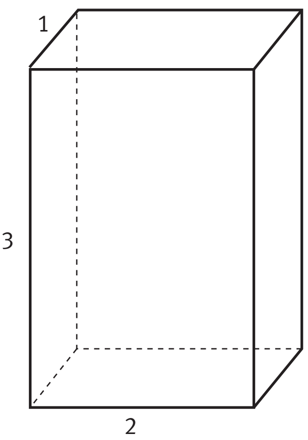
- Collez l'étiquette codée **MA20 – DEVOIR 03** sur la 1re page de votre devoir. Si vous ne l'avez pas reçue, écrivez le code **MA20 – DEVOIR 03**, ainsi que vos nom et prénom.

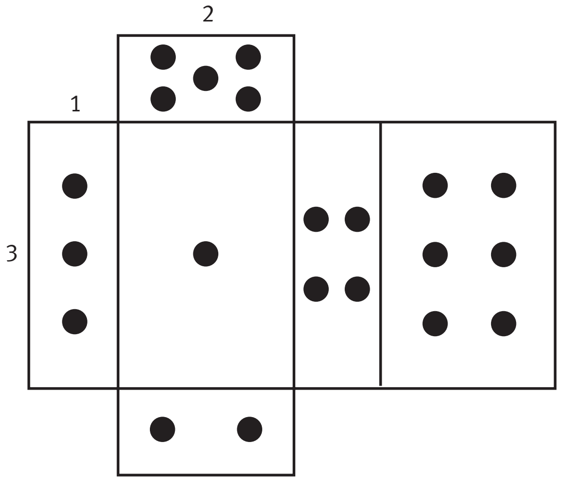
Important

- La saisie informatisée des devoirs ne permet aucune erreur de code.
- Veuillez réaliser ce devoir après avoir étudié la séquence 4.

Exercice 1 *(5 points)*

Le dé ci-dessous a la forme d´un pavé droit de longueur 2, de largeur 1 et de hauteur 3. Un patron de ce dé est donné ci-dessous.





On lance ce dé. On admet que la probabilité qu'une face apparaisse (face du dessus) est proportionnelle à l'aire de cette face.

❶ Calculer les aires des différentes faces du dé (on notera ces faces F1, F2, … et F6 selon le numéro inscrit sur cette face).

❷ Montrer qu'il existe a tel que : $p(1) = p(6) = 6a$, $p(2) = p(5) = 2a$ *et* $p(3) = p(4) = 3a$.

Calculer a. En déduire la loi de probabilité p.

❸ Calculer les probabilités des événements A et B où :

A : « le nombre obtenu est pair » ;

B : « le nombre obtenu est inférieur ou égal à 3 ».

Exercice 2 *(8 points)*

Partie I

Soit n un entier naturel. On admet que la somme des n premiers carrés non nuls est égale à $f(n)$ où f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{x(x+1)(2x+1)}{6}$.

On a donc : $1^2+2^2+...+(n-1)^2+n^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. Par exemple :

$1^2=f(1)=\dfrac{1\times(1+1)\times(2\times1+1)}{6}$ et $1^2+2^2=f(2)=\dfrac{2\times(2+1)\times(2\times2+1)}{6}$.

❶ Calculer $f(100)$. Que vaut la somme des 100 premiers carrés non nuls (c'est-à-dire $1^2+2^2+...+99^2+100^2$) ?

❷ On admet que la fonction f est strictement croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$.
Montrer que si $f(x)\leq 140$ alors $x\leq 7$ *(on pourra penser à la contraposée…).*

❸ À l'aide de la calculatrice et d'un tableau de valeurs.

a) Déterminer le plus grand entier n_1 tel que la somme $1^2+2^2+...+(n_1-1)^2+n_1^2$ des n_1 premiers carrés non nuls soit inférieure ou égale à 100, c'est-à-dire le plus grand entier n_1 tel que $f(n_1)\leq 100$.

b) Déterminer le plus grand entier n_2 tel que la somme des n_2 premiers carrés non nuls soit inférieure ou égale à 3000.

Partie II

On s'intéresse aux entiers naturels qui sont la somme de carrés consécutifs d'entiers. C'est le cas par exemple de 29 car : $29=2^2+3^2+4^2$. On admet que pour tout entier naturel N inférieur ou égal à 100, l'algorithme ci-dessus nous donne :

- aucun message si N n'est pas la somme de carrés consécutifs d'entiers ;
- *m* et *k* si N est la somme de *k* carrés d'entiers consécutifs, le plus petit étant m^2 (pour l'écriture précédente de 29, *m*=2 et *k*=3).

```
  Entrée N
Pour k de 1 à 7
        Dans A mettre k
        Dans B mettre A*(A-1)/2
        Dans C mettre (B*(2*A-1)/3)-N
        Dans D mettre B^2-A*C
        Si √D > 0 alors
                Si √D est entier alors
                        Dans m mettre (√D - B) / A
                        Afficher m, k
                Fin du Si
        Fin du Si
Fin de la boucle pour
```

❶ Faire fonctionner l'algorithme pour N = 91. Écrire alors 91 comme une somme de carrés consécutifs d'entiers.

On veut maintenant que l'algorithme précédent fonctionne pour tous les entiers naturels inférieurs ou égaux à 3000.

❷ Comment changer la 2e ligne (« Pour k de 1 à 7 ») de l'algorithme pour que celui-ci convienne pour tous les nombres inférieurs ou égaux à 3000 (*on pourra utiliser les résultats de la 1re partie*).

Aucune justification n'est demandée.

❸ On a appliqué le nouvel algorithme à 2010. L'algorithme a donné en sortie : $k = 5$. Quelle est la valeur de m obtenue ? Écrire 2010 comme une somme de carrés d'entiers consécutifs.

❹ *Pour cette question, toute trace de recherche sera valorisée.*

On a appliqué le nouvel algorithme à 2018. L'algorithme a donné en sortie : $m = 7$. Quelle est la valeur de k obtenue ? Écrire 2018 comme une somme de carrés d'entiers consécutifs.

Exercice 3 *(5 points)*

La série suivante donne le nombre de jours de neige par année, à Paris, de 1900 à 1948.

Les 49 valeurs de cette série ne sont pas classées par ordre chronologique mais par ordre croissant.

1, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7 , 8, 8, 9 , 10, 10, 11, 11, 11, 12, 12, 12, 12, 13, 13, 13, 14, 14, 14, 14, 15, 16, 17, 17, 17, 18, 18, 18, 18, 19, 19, 20, 20, 20, 23, 26, 29, 29, 31, 32, 32, 34.

❶

a) Calculer le nombre moyen $\overline{x}$ de jours de neige par année, à Paris, sur la période 1900-1948.

b) Déterminer la médiane M_e , ainsi que le premier et le troisième quartile, Q_1 et Q_3 , de cette série.

❷ Les nombres de jours de neige par an, à Paris, ont également été relevés de 1949 à 1997. On fournit ci-dessous les caractéristiques de cette nouvelle série statistique.

Minimum	1er Quartile Q_1'	Médiane M_e'	3e Quartile Q_3'	Maximum	Moyenne
1	7	12	18	36	13,3

a) Donner l'écart interquartile de chacune des deux séries statistiques donnant le nombre de jours de neige par an, à Paris, sur la période 1900-1948, puis sur la période 1949-1997.

b) Construire le diagramme en boîtes de chacune des deux séries étudiées.

❸ Compléter les phrases suivantes.

a) Le nombre de jours de neige par année a été inférieur ou égal à ………… sur les trois quarts au moins de la période 1949-1997.

b) Le nombre de jours de neige par année a été supérieur ou égal à ………… sur la moitié au moins de la période 1900-1948.

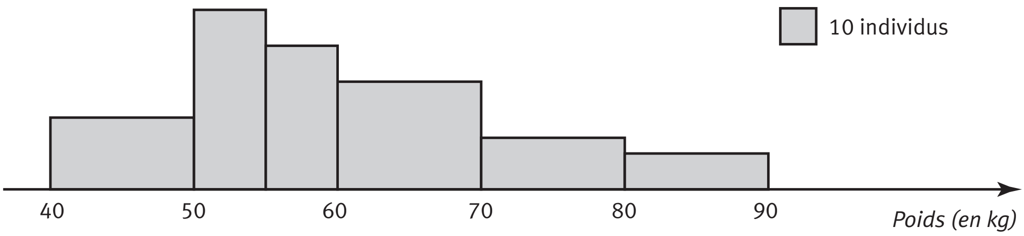
c) La série la plus régulière est la série ………

On donnera, pour cette dernière réponse, deux arguments en calculant deux paramètres appropriés.

Exercice 4 *(2 points)*

Les 2 questions sont indépendantes.

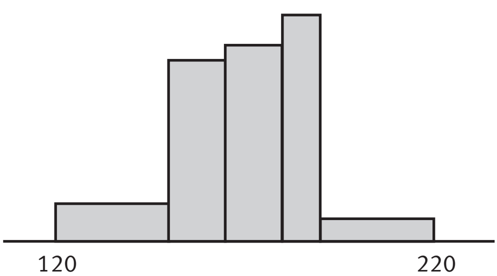
❶ À partir de l'histogramme ci-dessous d'une série de poids d'individus d'une population, reconstituer le tableau des valeurs et effectifs.

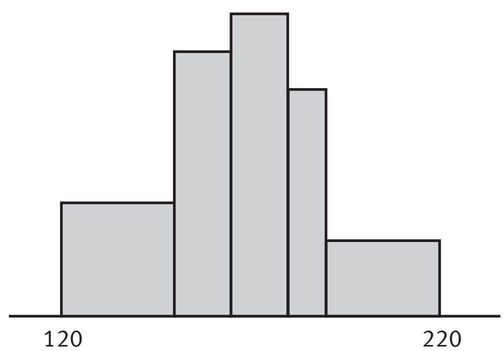


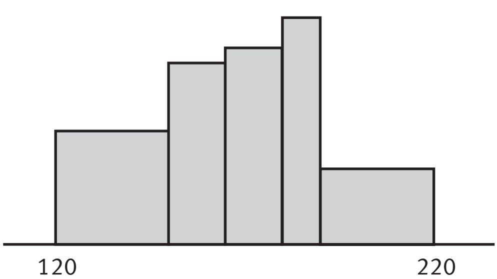
Poids (en kg)						
Effectif						

❷ On a voulu représenter la série statistique suivante. Quelle est la bonne représentation ?

Taille (en cm)	[120 ; 150[	[150 ; 165[	[165 ; 180[	[180 ; 190[	[190 ; 220[
Effectif	3	7	8	6	2







■

Devoir 4 à envoyer à la correction

Attention

▸ Collez l'étiquette codée **MA20 – DEVOIR 04** sur la 1re page de votre devoir. Si vous ne l'avez pas reçue, écrivez le code **MA20 – DEVOIR 04**, ainsi que vos nom et prénom.

Important

▸ La saisie informatisée des devoirs ne permet aucune erreur de code.

▸ Veuillez réaliser ce devoir après avoir étudié les séquences 5 et 6.

Exercice 1 *(6 points)*

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J), on considère les points A (–2 ; –2), B (4 ; 0), C (6 ; 4), D (0 ; 2) et E (7 ; 1).

De plus, on considère les points F, G, H et K définis par :

- AEFD est un parallélogramme;

- G est le symétrique de A par rapport à D;

- H est le symétrique de B par rapport à C;

- $\overrightarrow{CK} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$.

❶ Montrer que A, B et E sont alignés.

❷ Déterminer les coordonnées de F. Quelle est la nature de BEFC ? Justifier.

❸ Déterminer les coordonnées de G et H. Quelle est la nature de ABHG ? Justifier.

❹ Déterminer les coordonnées de K.

❺ Montrer que E, K et H sont alignés.

❻ Montrer que F, K et G sont alignés.

❼ Que peut-on dire des droites (AC), (EH) et (FG) ?

Exercice 2 *(2 points)*

Trouver une fonction polynôme du second degré f telle que $f(0) = 0$ et dont le tableau de variations est donné ci-après.

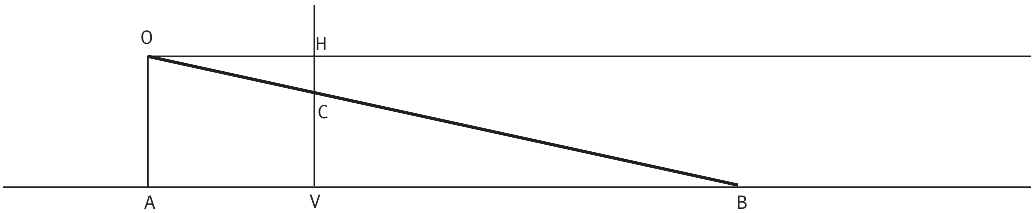
x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(\alpha)$	$\nearrow$	9	$\searrow$

Exercice 3 *(5 points)*

Blaise Pascal (1623-1662) observant l'éloignement d'un bateau à travers une vitre a remarqué que le point de la vitre où l'on voit le bateau n'atteindra jamais celui correspondant à un regard horizontal mais s'en « approchera toujours sans jamais y arriver ».

Le schéma suivant est une représentation de cette situation (en supposant la Terre plate). L'œil de l'observateur est en O ; il voit le bateau B s'éloigner sur (Vx) à travers une vitre dressée verticalement en V. L'observateur voit, sur la vitre, l'horizon en H et l'image du bateau en C.

On a : AO = 1,6 m ; AV = 2 m ; VB $= x$; CV $= h$.



❶ Montrer que : $h = 1{,}6 \times \dfrac{x}{x+2}$.

❷ Soit h la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par : $h(x) = \dfrac{1{,}6x}{x+2}$.

a) Montrer que pour tout x de $[0\,;+\infty[$: $h(x) = 1{,}6 - \dfrac{3{,}2}{x+2}$.

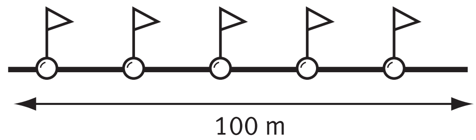
b) Soient a et b deux réels positifs ou nuls tels que : $a+2 < b+2$. À l'aide du sens de variations de la fonction inverse, comparer $-\dfrac{3{,}2}{a+2}$ et $-\dfrac{3{,}2}{b+2}$.

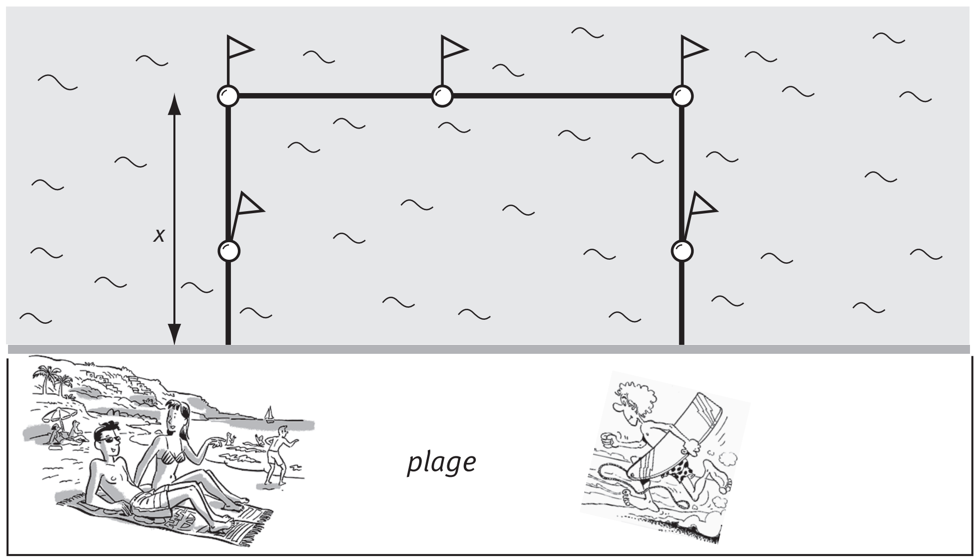
c) Quel est le sens de variations de h sur $[0\,;+\infty[$.

❸ Les remarques de Blaise Pascal sont-elles justifiées ? Expliquer.

Exercice 4 *(4 points)*

On veut délimiter une zone de baignade sur une plage à l'aide d'un cordon de sécurité de 100 m de long (voir dessin ci-dessous).





On suppose la zone de baignade rectangulaire et on note x la distance entre la plage et les bouées les plus éloignées.

❶ Montrer que l'aire de baignade est $-2x^2+100x$.

❷ La surface de baignade peut-elle être carrée ? Si oui pour quelle(s) valeur(s) ?

❸ Comment faire pour avoir une surface de baignade ayant la plus grande aire possible ?

Exercice 5 *(3 points)*

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J), $\mathscr{C}$ est le cercle trigonométrique de centre O.

Le réel a est le nombre de $\left[-\frac{\pi}{2}\,;0\right]$ dont le cosinus vaut 0,28.

Les points M et N sont les points de $\mathscr{C}$ respectivement associés à a et $-\frac{5\pi}{12}$.

On admet que : $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

❶ Développer : $\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\right)^2$.

❷ Déterminer $\cos\left(-\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(-\frac{5\pi}{12}\right)$.

❸ Déterminer $\sin\ (a)$.

❹ On parcourt le cercle $\mathscr{C}$ à partir de I dans le sens positif. Quel est le point rencontré en permier, M ou N ?

■

Devoir 5 à envoyer à la correction

Attention

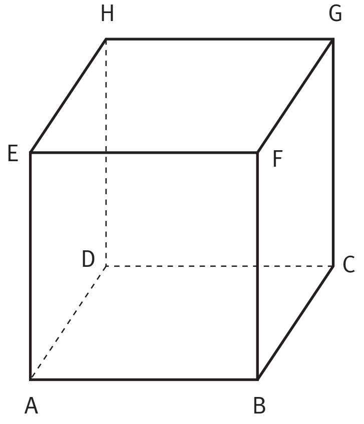
- Collez l'étiquette codée **MA20 – DEVOIR 05** sur la 1re page de votre devoir. Si vous ne l'avez pas reçue, écrivez le code **MA20 – DEVOIR 05**, ainsi que vos nom et prénom.

Important

- La saisie informatisée des devoirs ne permet aucune erreur de code.
- Veuillez réaliser ce devoir après avoir étudié la séquence 7.

Exercice 1 *(8 points)*

On considère le cube ABCDEFGH ci-contre de côté 3 cm.



❶ Préciser la nature du triangle AHB (sans justifier).

❷ **a)** Déterminer les valeurs exactes des longueurs AH et HB.

b) Représenter le triangle AHB en vraie grandeur.

c) Déterminer une valeur approchée à 0,1 degré près de l'angle $\widehat{AHB}$.

❸ On considère le milieu I de [AH] :

a) Que peut-on dire sur les droites (CI) et (AH) ? (soyez précis) Justifier.

b) Déterminer la valeur en degrés de l'angle $\widehat{AHC}$.

c) I appartient-il au plan (EFC) ? Justifier.

❹ **a)** Calculer le volume de la pyramide HABCD.

b) Sur l'annexe, avec les instruments adaptés, compléter le patron de la pyramide HABCD.

Exercice 2 *(5 points)*

Le triangle ABC est un triangle rectangle isocèle de sommet A et I est le milieu de [BC]. On considère un point M sur le segment [BC]. Le point P est le point de (AB) tel que (MP) soit parallèle à (AC) et Q est le point de (AC) tel que (MQ) soit parallèle à (AB). De plus, K est l'intersection des droites (PQ) et (AM).

❶ Quelle est la nature du quadrilatère APMQ ? Justifier.

❷ Montrer que les points P, Q, A, M et I appartiennent à un même cercle que l'on déterminera. En déduire l'égalité : KI = KP.

❸ Montrer que le triangle IPQ est rectangle en I.

❹ Montrer, par des considérations d'angles, qu'il est aussi isocèle.

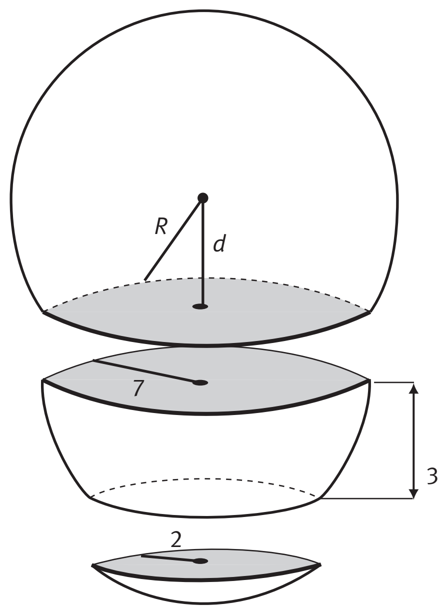
Exercice 3 *(4 points)*

Le soir d'Halloween, Franck Einstein décide de découper une citrouille en tranche.

Pour aller plus vite, il prend deux hachoirs dans une même main (les deux lames sont alors distantes de 3 cm).

Une des tranches de la citrouille (que l'on suppose parfaitement sphérique) ainsi obtenue est délimitée par deux cercles, l'un de rayon 7 cm et l'autre de rayon 2 cm. On désire déterminer le rayon R de la citrouille.

On note d la distance entre le centre de la sphère et le plan de coupe le plus proche de ce centre.



❶ Montrer que : $d^2 + 49 = R^2$.

❷ Montrer que : $(d+3)^2 + 4 = R^2$.

❸ En déduire que : $d = 6$ cm.

❹ Déterminer alors R.

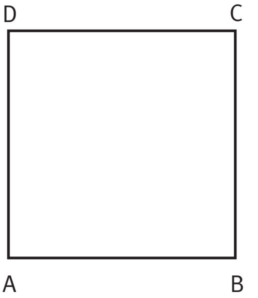
Exercice 4 *(3 points)*

Pour cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

A, A′ et B sont trois points du plan et $\mathscr{D}$ est la médiatrice de [AA′]. On suppose que $\mathscr{D}$ est non parallèle à (AB). Construire le symétrique de B par rapport à $\mathscr{D}$ à la règle non graduée seule. Justifier.

Annexe exercice 1

À reproduire et à rendre avec la copie



Devoir 6 à envoyer à la correction

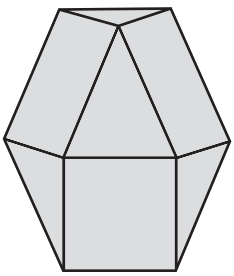
Attention

- Collez l'étiquette codée **MA20 – DEVOIR 06** sur la 1re page de votre devoir. Si vous ne l'avez pas reçue, écrivez le code **MA20 – DEVOIR 06**, ainsi que vos nom et prénom.

Important

- La saisie informatisée des devoirs ne permet aucune erreur de code.
- Veuillez réaliser ce devoir après avoir étudié la séquence 8.

Exercice 1 *(6 points)*



Dans un jeu de société, on utilise un dé qui est un solide composé de six faces carrées, numérotées de 1 à 6 et huit faces triangulaires numérotées de 1 à 8.

On note : C1 (« le dé tombe sur la face carrée n° 1 »), C2,…, C6, T1 (« le dé tombe sur la face triangulaire n° 1 »), T2,…, T8 les éventualités liées à cette expérience aléatoire.

On suppose que l'on a 4 fois plus de chances de tomber sur une face carrée que sur une face triangulaire, que si deux faces ont la même forme alors le dé a la même probabilité de tomber sur chacune de ces faces.

On note C : « le dé tombe sur une face carrée » et T : « le dé tombe sur une face triangulaire ».

❶ Déterminer $P(\text{C})$ et $P(\text{T})$.

❷ En déduire que : $P(\text{C1}) = P(\text{C2}) = ... = P(\text{C6}) = \dfrac{2}{15}$ et $P(\text{T1}) = ... = P(\text{T8}) = \dfrac{1}{40}$.

On note H : « le dé tombe sur une face numérotée 8 » et S : « le dé tombe sur une face numérotée 6 ».

❸ Déterminer $P(\text{H})$.

❹ Déterminer $P(\text{S})$.

❺ Déterminer $P(\text{S} \cap \text{C})$ puis $P(\text{S} \cup \text{C})$.

Exercice 2 *(3 points)*

Une grave maladie affecte le cheptel bovin d'un pays. On estime que 24 % des bovins sont atteints.

Un troupeau est composé de 1582 bovins. Parmi ceux-ci 372 sont malades.

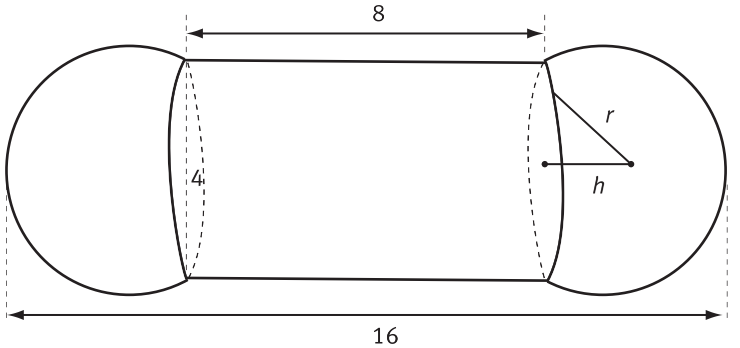
❶ Pourquoi, l'échantillon composé par ce troupeau est-il représentatif en ce qui concerne le fait d'être atteint ou non par cette maladie ?

❷ On vient de mettre au point un traitement contre cette maladie et on admet que l'échantillon formé des 372 bovins précédents est représentatif des bovins malades du cheptel relativement au traitement.

Les 372 bovins précédents ont été traités et 95 sont encore malades, les autres ayant été guéris. Donner un encadrement au risque de 5 % du pourcentage de bovins du cheptel encore malades si tous les bovins malades du cheptel étaient traités.

Exercice 3 *(5 points)*

Un haltère est formé d'un cylindre de hauteur 8 cm et de diamètre 4 cm et de deux sphères de rayon r comme indiqué dessous en position couchée. La hauteur totale de l'objet est de 16 cm.



On note h la distance entre le centre d'une des sphères et le cylindre (voir ci-dessus).

❶ Montrer que $r+h=4$.

❷ Montrer que : $r^2-h^2=4$.

❸ En déduire h et r.

❹ De combien augmenter r pour augmenter la longueur totale de 2 cm sans modifier les dimensions du cylindre.

Exercice 4 *(6 points)*

La fermeture de sécurité d'un cartable est assurée par la composition d'un code de trois chiffres obtenu en faisant tourner trois mollettes portant les chiffres 1, 2 et 3.

Le code 132 est bien sûr différent du code 123. L'ordre est donc important ici.

Une personne compose au hasard un code.

Pour cet exercice, on pourra s'aider d'un schéma.

❶ Combien y a-t-il de codes possibles ?

❷ On note A et B les événements :

A : « le code composé est formé de 3 chiffres identiques »,

B : « le code est formé de trois chiffres distincts » (c'est-à-dire trois chiffres tous différents).

a) Quelle est la probabilité de l'événement A ?

b) Quelle est la probabilité de l'événement B ?

❸ On note C l'événement : « le code comporte deux chiffres identiques et deux seulement ».

a) Décrire l'événement contraire de l'événement C à l'aide des événements A et B.

b) Quelle est la probabilité de l'événement C ?

■