MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
SECRETARIAT GENERAL
DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
Service d'Appui au Baccalauréat

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT GENERAL

SESSION 2011

C

Série : **C**

Code matière : **009**

Epreuve de : **MATHEMATIQUES**

Durée: **04 heures**

Coefficients : **5**

****

N.B : - L' exercice et les DEUX Problèmes sont obligatoires.
- Machine à calculer scientifique non programmable autorisée

EXERCICE (4 points)

A- Probabilité

On dispose d'un dé cubique parfait dont les faces sont numérotées : 0, 1, 1, 2, 2 et 2.

1- On lance une fois ce dé. Calculer les probabilités P_0, P_1, P_2 d'apparition respective des faces numérotées 0, 1, 2. (0,25pt x3)

2- Une épreuve consiste à lancer trois fois de suite ce dé et d'une manière indépendante. On note chaque fois le numéro obtenu sur la face supérieure de ce dé.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « La somme des numéros obtenus est égale à 4 ». (0,25pt)

B : « Obtenir exactement deux fois le numéro 1 ». (0,5pt)

C : « Obtenir chacun des trois numéros différents lors des 3 lancers ». (0,5pt)

NB : on donnera les résultats sous forme de fraction irréductible

B- Arithmétique

1- a) Convertir dans la base 10 l'entier a écrit dans le système binaire : a = $\overline{(1011101)}_2$. (0,25pt)

b) Convertir dans le système binaire l'entier naturel b = 54 de la base 10. (0,25pt)

2- a) Dresser la table d'addition et de multiplication de $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$. (0,25pt+0,25pt)

b) Résoudre dans $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ le système :

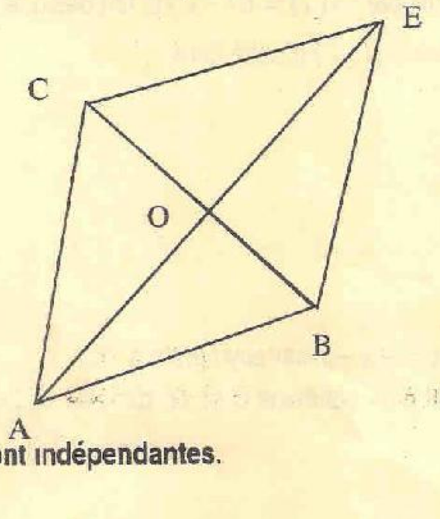
$$\begin{cases} \bar{3}x+\bar{2}y=\bar{1} \\ \bar{2}x+\bar{4}y=\bar{3} \end{cases}$$ (0,5pt)

c) Résoudre l'équation : $x^2-x-\bar{2}=\bar{0}$ dans $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$. (0,5pt)

PROBLEME 1 (7 points)

ABEC est un losange de centre O dans un plan orienté ($\mathscr{P}$) tel que AB = AC = BC = 4 cm et

$\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=\frac{\pi}{3}$



Les parties A et B sont indépendantes.

/...

Partie A :

1- Reproduire cette figure en vraie grandeur. (0,5pt)

2 - a) On considere le système de points pondérés $J=\{(A,2),(B,1),(C,1)\}$.

Montrer que ce systéme admet un barycentre G et que G est le milieu du segment [OA] (0,25pt+0,25pt)

b) Montrer que le vecteur $-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ où M est un point variable, est un vecteur constant que l'on déterminera. (0,5pt)

c) Déterminer et représenter l'ensemble $\mathscr{D}$ des points M du plan ($\mathscr{P}$) vérifiant :

$$(2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC})\,(-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC})=0$$ (0,5pt)

3 - Soit S la similitude plane directe de rapport $\frac{1}{2}$, d'angle $\frac{\pi}{3}$ et qui transforme A en B.

On note I le centre de S et I' son image par la symétrie centrale S_B de centre B.

a) Montrer que le triangle IAI' est un triangle équilatéral de sens direct. (0,5pt)

b) Montrer que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AI})=\frac{\pi}{6}$ (0,5pt)

c) Placer alors les points I et I' (0,5pt)

Partie B : Utilisation des nombres complexes.

On rapporte le plan ($\mathscr{P}$) au repère orthonormé direct $(A,\vec{u},\vec{v})$ avec $\vec{u}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ $(\|\vec{u}\|=\|\vec{v}\|)$.

1-a) Donner les affixes z_A et z_B respectives de A et B. (0,25pt + 0,25pt)

b) Donner le module et un argument de l'affixe z_C de C et en déduire l'affixe z_C sous forme algébrique. (0,25pt + 0,25pt + 0,25pt)

c) Calculer l'affixe z_0 de O. (0,25pt)

2-a) Donner l'expression complexe de la similitude directe S de rapport $\frac{1}{2}$ et d'angle $\frac{\pi}{3}$, qui transforme A en B. (0,5pt)

b) En déduire l'affixe z_I du centre I de S. (0,5pt)

c) Vérifier que $\frac{z_I}{z_0}$ est un nombre réel et que $\frac{z_B-z_I}{z_B-z_A}$ est imaginaire pur. (0,25pt+0,25pt)

d) Que peut- on en déduire pour les points I, O et A d'une part et pour les droites (IB) et (AB) d'autre part. (0,25pt+ 0,25pt)

PROBLEME 2 (9 points)

Soit f la fonction numérique définie sur IR par : $f(x)=e^{\frac{x}{2}}-x-1$. On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(0,\vec{i},\vec{j})$ d'unité 2cm.

Partie A : Etude de la fonction f.

1- Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ (0,25pt + 0,25pt)

(Pour la limite en $+\infty$, poser $X=\frac{x}{2}$)

2- a) Etudier les variations de f. (0,75pt)

b) Montrer que la droite (D) d'équation $y=-x-1$ est asymptote à $\mathscr{C}$. (0,75pt)

c) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet pour solutions O et α dans IR et $2<\alpha<3$ (0,25pt+0,5pt)

/...

3 - Tracer $(\mathscr{C})$ et (D) dans un même repère. (1pt+ 0,5pt)

On donne e = 2,7 ; $e^{\frac{3}{2}} = 4{,}48$ et pour construction, on prendra $\alpha = 2{,}5$.

4 - Soit λ un nombre réel strictement inférieur à -1.

a) Exprimer en fonction de λ l'aire $\mathcal{A}(\lambda)$, en cm², de la portion du plan délimitée par la courbe $(\mathscr{C})$ la droite (D) et les droites d'équations respectives $x = \lambda$ et $x = -1$. (0,5pt)

b) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathcal{A}(\lambda)$. (0,5pt)

Partie B : Etude d'une suite.

On considère la fonction numérique g définie sur $]-1;+\infty[$ par $g(x) = 2\ln(x+1)$.

1 - Etudier les variations de la fonction g. (0,75pt)

2 - Montrer que α est solution de l'équation $g(x) = x$. (0,5pt)

3 - Montrer que pour tout $x \in [2;+\infty[$, $g(x) \in [2;+\infty[$. (0, 5pt)

4 - $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est la suite numérique définie par $U_0 = 3$ et $U_{n+1} = g(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et que tous les termes de la suite appartiennent à $[2;+\infty[$.(on ne demande pas de le démontrer).

a)Démontrer que pour tout $x \in [2;+\infty[$, on a $|g'(x)| \leq \frac{2}{3}$. (0,5pt)

b)Démontrer, en utilisant les théorèmes des inégalités des accroissements finis, que pour tout n $\in$ IN, on a :

$|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{2}{3}|U_n - \alpha|$ et que $|U_n - \alpha| \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$. (0,25pt + 0,25pt)

c)Prouver que la suite (U_n) converge vers un réel ℓ que l'on précisera. (0,5pt)

d)Déterminer l'entier naturel p tel que, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à p on ait :

$|U_n - \alpha| \leq 10^{-4}$. (0,5pt)

========================