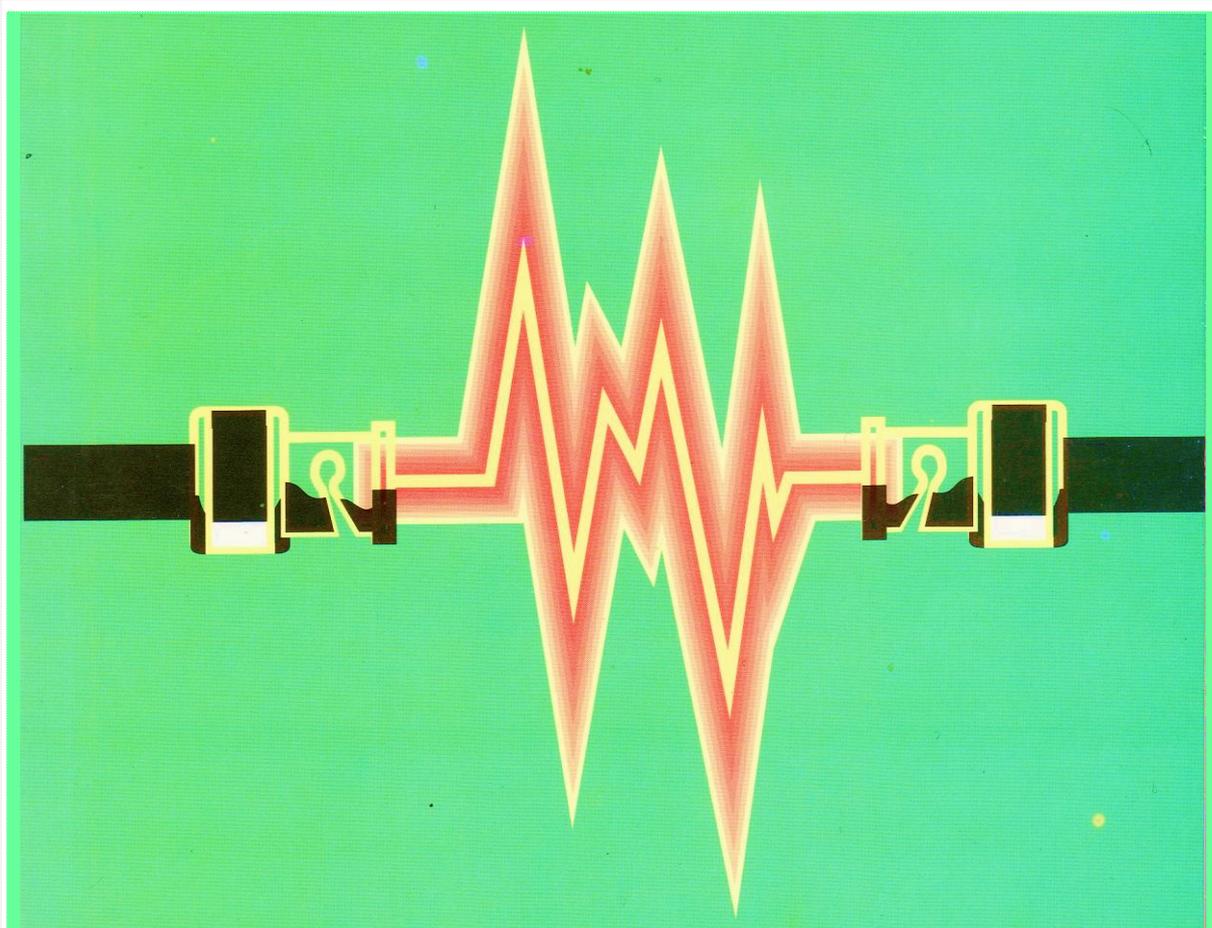


Messaoud BOUKEZZATA

**METHODES ET TECHNIQUES
DE MESURES ELECTRIQUES**

**destiné aux élèves ingénieurs
des filières scientifiques et techniques**



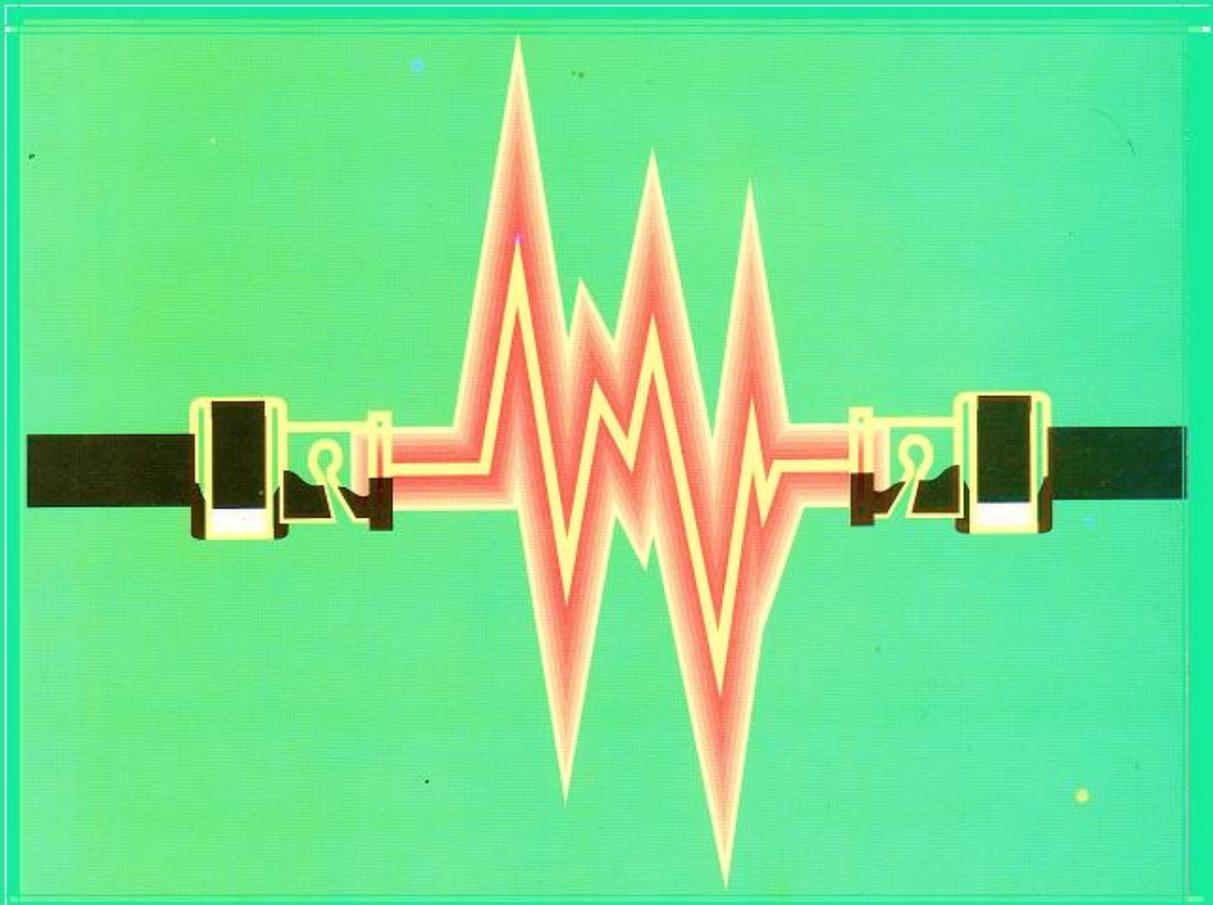
Office des Publications Universitaires

Messaoud BOUKEZZATA

**METHODES ET TECHNIQUES
DE MESURES ELECTRIQUES**

destiné aux élèves ingénieurs

des filières scientifiques et techniques



Office des Publications Universitaires

Messaoud BOUKEZZATA

**Doctorat de l'Université Paul Sabatier (Toulouse III).
Professeur d'Enseignement Supérieur à l'Université de
Constantine 1**

MÉTHODES ET TECHNIQUES DE MESURES ÉLECTRIQUES

3^{ème} Édition



OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES

1, Place centrale de Ben Aknoun (Alger)

© OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES : 06 -2003

EDITION : 02.06.4219

I.S.B.N :9961.0.0611.9

Dépôt légal : 1078/2003

Avant-propos

Page Manquante :

AZRI Asma

Note : 0

Chapitre I

Précision de la mesure

I-1. LES ERREURS DE MESURE :

S'il est vrai que le compte d'un nombre donné d'objets discrets ou l'exécution d'une opération de calcul arithmétique peut donner un résultat exact ; il est vrai aussi, que la mesure d'une grandeur physique ne peut jamais être donnée comme un résultat exact. Il ne peut être qu'approximatif. Cette affirmation reste valable, même si, ces mesures sont préparées et réalisées avec soin et rigueur. En d'autres termes, tout résultat de mesure est alors entaché d'erreurs.

Afin d'exprimer le résultat d'une mesure avec un intervalle de confiance optimal, qui permet de préciser le degré d'approximation, il est indispensable de rechercher les causes d'erreurs, de les évaluer et d'en estimer une valeur limite, généralement pessimiste, majorée d'une borne supérieure que nous allons ultérieurement appelée "incertitude absolue". Le degré de cette incertitude va essentiellement dépendre de la précision des moyens de mesures utilisés, de la manière dont on fait la mesure et de la qualification des observateurs.

I-1.1. Nature des erreurs de mesure :

Les erreurs peuvent être classées selon leur nature et suivant leur origine. Les plus courantes sont celles qu'on peut les regrouper schématiquement dans les grandes catégories indiquées comme suit :

a) Erreurs systématiques :

Elles se produisent généralement de la même façon avec des valeurs soit constantes, soit qu'elles suivent une certaine loi bien déterminée. Elles sont inhérentes à l'équipement (erreurs de constructions) selon la précision des appareils, à la méthode de mesure utilisée (divers modes de montages) et aux conditions durant lesquelles vont se dérouler les processus de mesure, que ce soit propre à l'opérateur (erreurs d'appréciation ou de lecture dues à l'erreur de parallaxe) ou propre à l'environnement extérieur (milieu, champs extérieurs, contacts, connexions, etc...).

En définitive, ce genre d'erreurs pourrait être découvert en effectuant de nouveaux mesurages, faisant appel à une autre méthode, à d'autres appareils et à d'autres opérateurs. Leurs influences peuvent donc être réduites, calculées et par conséquent éliminées.

b) Erreurs accidentelles :

Elles ont une nature aléatoire et variable en grandeur et en sens. Ce qui indique que ces erreurs sont généralement imprévisibles et accidentelles, donc incontrôlables, motif pour lequel on ne peut pas les éviter ou complètement les éliminer. Par conséquent, on ne peut avoir sur ce type d'erreurs, que des informations approximatives et incomplètes. Pour les réduire, on doit faire appel à des méthodes statistiques, en utilisant la loi de la "distribution normale" des erreurs accidentelles, ou loi de Gauss. Le résultat sera d'autant plus proche de sa valeur exacte que le nombre N de mesures augmente et tend vers l'infini.

c) Erreurs grossières :

Elles peuvent être dues à la défection des appareils de mesures utilisés, à la méthode de mesure ou de calcul incorrectement choisi, ou aux fautes de lectures des indications des appareils. Ce sont du type de résultats irréguliers qu'on peut facilement reconnaître par observation, comme par exemple, le cas de certaines valeurs qui dépassent largement les autres valeurs d'une même série de mesure.

I-1.1.2. Définitions :**a) L'erreur absolue (δx) :**

L'erreur absolue (δx) est l'écart qui existe entre la valeur mesurée x_m et sa valeur exacte x_v , la vraie valeur de la grandeur physique considérée.

$$\delta x = x_m - x_v \quad [\text{même unité que } x_m] \quad (1.1)$$

Il faut remarquer que cette définition reste totalement une notion abstraite, du fait que la valeur exacte x_v , d'une grandeur physique est inaccessible à la mesure, sinon il n'y aurait plus d'erreur. Par conséquent, l'erreur absolue reste également totalement inaccessible, mais malgré cette situation triviale, cela n'empêche pas de la définir.

b) La correction (C) :

C'est la compensation de la dérive, d'un résultat de mesure par rapport à sa valeur exacte x_v . Cette correction doit avoir une valeur égale et de signe opposé à celle de l'erreur (δx). La correction ne peut être faite que si l'erreur (δx) est connue, ce qui permet d'écrire :

$$c = -\delta x = -(x_m - x_v) = x_v - x_m \quad (1.2)$$

c) L'erreur relative (ε_r) :

C'est le rapport entre l'erreur absolue (δx) et la vraie valeur x_v de la grandeur mesurée

$$\varepsilon_r = \frac{\delta x}{x_v} \quad [\text{Sans dimension}] \quad (1.3)$$

C'est un nombre sans dimension qu'on exprime généralement en pourcent (%) :

$$\varepsilon_r (\%) = \frac{\delta x}{x_v} \times 100 \quad (1.4)$$

I-1.3. De l'erreur à l'incertitude :

En réalité, la notion d'erreur, ne représente qu'une signification beaucoup plus mathématique qu'on a utilisé principalement, dans le but d'établir un procédé de calcul d'erreur. Dans la pratique, nous allons par contre, avoir besoin d'utiliser la notion d'incertitude qui caractérise un aspect plus pratique de la réalité de la mesure.

a) Définition de l'incertitude :

L'incertitude est une estimation du maximum de l'erreur accidentelle (ou fortuit) totale qui a pu être commise sur une mesure.

b) Incertitude absolue (Δx) :

C'est l'écart (Δx), probable entre la valeur mesurée (approchée) x_m et la vraie valeur x_v .

$$\Delta x = x_m - x_v \quad (1.5)$$

Cet écart peut toujours être estimé ou calculé, et par conséquent, x_v peut à son tour, être exprimé en fonction du degré de précision de l'estimation de cette incertitude.

c) Incertitude relative (ε) :

C'est le rapport entre l'incertitude absolue (Δx) et la valeur mesurée (approchée) x_m de la mesure.

$$\varepsilon = \frac{\Delta x_0}{x_m}, \text{ ou bien } \varepsilon(\%) = \frac{\Delta x}{x_m} \times 100 \quad (1.6)$$

Aussi, ce rapport est également exprimé en pourcent (%) de la même manière que celui de la relation (1.4) ci-dessus.

I-2. ÉVALUATION DE L'INCERTITUDE DE SYSTÉMATIQUE :

I.2.1. Incertitude de méthode :

a) Calcul de l'incertitude absolue :

Dans le cas où le résultat d'une mesure est donné par une expression formée d'une somme ou d'une différence de mesures, l'incertitude absolue (Δx) est la somme des incertitudes absolues de chacun des termes constituant la somme ou la différence.

Donc, si :

$$x = \sum_{i=1}^n (-1)^i * x_i \quad \Rightarrow \quad \Delta x = \sum_{i=1}^n (\Delta x_i) \quad (1.7)$$

(x_i peut avoir des valeurs positives ou négatives).

b) Calcul de l'incertitude relative :

Pour traiter le cas du calcul de l'incertitude relative d'expressions composées, nous allons supposer que la grandeur y considérée, est fonction des grandeurs mesurées x_1, x_2, \dots, x_n , selon la relation :

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1.8)$$

Les incertitudes de mesures sur x_1, x_2, \dots, x_n et respectivement notées $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$, vont affecter le résultat y d'une incertitude absolue Δy , de telle sorte qu'on peut écrire :

$$y + \Delta y = f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) \quad (1.9)$$

Pour trouver Δy , nous allons effectuer le développement de cette dernière expression (1.9) en série de Taylor, ce qui permet d'écrire :

$$\Delta y = f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) - f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\Delta y = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{1}{2!} \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} (\Delta x_1)^2 + \dots + \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} (\Delta x_n)^2 + \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} (\Delta x_1 \Delta x_2)^2 + \dots + \right] +$$

$$\frac{1}{2!} \left[+ \dots + \frac{\partial^2 f}{\partial x_{n-1} \partial x_n} (\Delta x_{n-1} \Delta x_n)^2 + \dots \right] + \dots \quad (I.10)$$

$$\Delta y \cong \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n$$

On s'est limité à un développement du premier ordre, car les incertitudes provenant des termes à partir du second ordre deviennent de plus en plus négligeables, et Δy_{max} s'écrira alors sous la forme:

$$(\Delta y)_{max} = \Delta x_1 |f'_{x_1}| + \Delta x_2 |f'_{x_2}| + \dots + \Delta x_n |f'_{x_n}| \quad (I.11)$$

D'où:

$$\left(\frac{\Delta y}{y} \right)_{max} = \Delta x_1 \frac{|f'_{x_1}|}{f} + \Delta x_2 \frac{|f'_{x_2}|}{f} + \dots + \Delta x_n \frac{|f'_{x_n}|}{f} \quad (I.12)$$

Pour mettre en évidence les incertitudes relatives, l'expression (I.12) peut être écrite sous la forme :

$$\left(\frac{\Delta y}{y} \right)_{max} = \frac{\Delta x_1}{x_1} \cdot \frac{|f'_{x_1}|}{f} \cdot x_1 + \frac{\Delta x_2}{x_2} \cdot \frac{|f'_{x_2}|}{f} \cdot x_2 + \dots + \frac{\Delta x_n}{x_n} \cdot \frac{|f'_{x_n}|}{f} \cdot x_n \quad (I.13)$$

d'où:

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{x_1} \cdot \frac{|f'_{x_1}|}{f} \cdot x_1 + \varepsilon_{x_2} \cdot \frac{|f'_{x_2}|}{f} \cdot x_2 + \dots + \varepsilon_{x_n} \cdot \frac{|f'_{x_n}|}{f} \cdot x_n \quad (I.14)$$

De ce qui vient de précéder, on peut donc déduire la règle suivante dite : "la règle de la différentielle logarithmique" qui permet d'obtenir l'incertitude relative (ε_r) de la fonction $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, en effectuant la démarche suivante :

- **i)** Prendre le logarithme de la fonction $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$.
- **ii)** Calculer la différentielle $dy = df$.
- **iii)** Faire apparaître dans cette expression les différentielles logarithmiques de chacune des variables x_1, x_2, \dots, x_n .
- **iv)** Prendre le module de tous les termes, après mise en évidence des différentielles logarithmiques.
- **v)** Remplacer chacune des différentielles logarithmiques par les expressions d'erreurs $\varepsilon_y, \varepsilon_{x_1}, \varepsilon_{x_2}, \dots, \varepsilon_{x_n}$, respectivement.

c) Exemples:

$$1^\circ) \quad y = \frac{A \cdot B^n \sqrt[m]{C}}{D} \quad (I.14)$$

$$a) \quad \log y = \log \frac{A \cdot B^n \sqrt[m]{C}}{D} = \log A + n \cdot \log B + \frac{1}{m} \log C - \log D$$

$$b) \quad d(\log y) = d(\log A + n \log B + \frac{1}{m} \log C - \log D)$$

$$c) \quad \frac{dy}{y} = \frac{dA}{A} + n \frac{dB}{B} + \frac{1}{m} \frac{dC}{C} - \frac{dD}{D}$$

$$d) \quad \frac{dy}{y} = \frac{dA}{A} + n \frac{dB}{B} + \frac{1}{m} \frac{dC}{C} + \frac{dD}{D} \quad (I.15)$$

$$e) \quad \varepsilon_y = \varepsilon_A + n\varepsilon_B + \frac{1}{m}\varepsilon_C + \varepsilon_D$$

Nous voyons que l'incertitude relative totale est la somme des incertitudes relatives de chaque grandeur A , B , C et D obtenues par mesure directe, précédée d'une multiplication représentative du poids que traduit la relation de définition.

$$2^\circ) \quad x = A \pm B \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_x = \frac{\Delta A + \Delta B}{A \pm B} \quad (I.16)$$

On constate que la différence n'est pas préférable comme méthode de mesure de l'incertitude, car cette dernière peut avoir une valeur considérable, comme on peut facilement le comprendre en faisant tendre A vers B , ($A \rightarrow B$) qui donne ($\varepsilon_x \rightarrow \infty$). De telles situations deviennent souvent inconfortables, Donc, il y a lieu d'éviter les déterminations de ce genre.

d) Applications :

Si on veut déterminer l'incertitude relative maximale dans les cas où la mesure des résistances a été utilisée, deux montages possibles peuvent alors être adoptés : Montage amont, appelé aussi (longue dérivation) ou montage aval (courte dérivation), tel que celui donné par le schéma de la figure (I.1.) donnée ci-dessous.

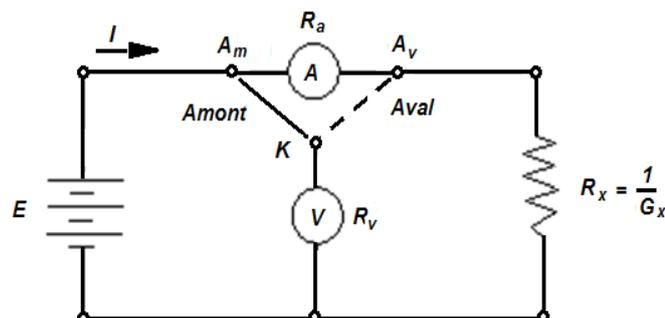


Figure I.1 : Méthode de mesure Volt-Ampéremétrique.

Dans le cas où le montage choisi est le montage amont (Figure.1. ; K au point A_m), la relation de calcul de la résistance inconnue est :

$$U = (R_x + R_a)I \Rightarrow R_x = \frac{U}{I} - R_a \quad (1.17)$$

où U et I sont les valeurs mesurées de la tension et du courant et R_a la résistance de l'ampèremètre qu'on suppose connue avec précision.

Donc, si on applique la règle de la différentielle logarithmique :

$$\left(\frac{\Delta R_x}{R_x} \right)_{\max} = \frac{\Delta U}{U} \cdot \frac{|f_U'|}{f} \cdot U + \frac{\Delta I}{I} \cdot \frac{|f_I'|}{f} \cdot I = \frac{\Delta U}{U} \cdot U \cdot \frac{1}{\frac{U}{I} + R_a} + \frac{\Delta I}{I} \cdot I \cdot \frac{\left| \frac{-U}{I^2} \right|}{\frac{-U}{I - R_a}} \dots \quad (1.18)$$

$$\left(\frac{\Delta R_x}{R_x} \right)_{\max} = \left[\frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I} \right] \left[\frac{\frac{U}{I}}{\frac{U}{I} + R_a} \right]$$

Mais, comme : $\frac{U}{I} = R_{\text{mesurée}} = R_x + R_a$,

Donc :

$$\left(\frac{\Delta R_x}{R_x} \right)_{\max} = \left[\frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I} \right] \left[\frac{R_x + R_a}{R_x + R_a - R_a} \right] = \left[\frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I} \right] \left[1 + \frac{R_a}{R_x} \right] \quad (1.19)$$

Cette dernière relation est très bien connue dans le calcul des incertitudes relatives de la méthode Volt-Ampérométrique. On voit bien que, si on veut que l'incertitude relative $\left(\frac{\Delta R_x}{R_x} \right)_{\max}$ soit aussi petite que possible, et que les incertitudes relatives $\frac{\Delta U}{U}$

sur la tension et $\frac{\Delta I}{I}$ sur le courant sont celles dues aux deux appareils, donc imposées,

il faut que le facteur $\left[1 + \frac{R_a}{R_x} \right]$, soit à son tour le plus petit que possible. Donc, R_x doit autant petite que possible.

D'où la conclusion qui nous indique que le montage amont est le plus adapté pour mesurer les faibles résistances.

Ici, le mot "faibles résistances" veut dire des valeurs comprises entre une dizaine de $k \Omega$ jusqu'à l'ordre de 1Ω .

D'une manière analogue, on peut aisément calculer l'incertitude relative du montage aval (Figure I.1 ; K au point A_v), que le lecteur prendra soin de vérifier qu'elle s'écrira sous la forme :

$$\left(\frac{\Delta G_x}{G_x}\right)_{\max} = \left[\frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I}\right] \left[\frac{G_x + G_v}{G_x + G_v - G_v}\right] = \left[\frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I}\right] \left[1 + \frac{G_v}{G_x}\right] \quad (1.20)$$

avec : $G_x = \frac{1}{R_x}$ et $G_v = \frac{1}{R_v}$.

D'où l'autre conclusion qui nous indique que le montage aval est le plus adapté pour mesurer les fortes résistances. Ici aussi, le mot "fortes résistances" veut dire des valeurs supérieures à $10\text{ k}\Omega$ et jusqu'aux $M\Omega$.

Enfin, pour mesurer les très faibles résistances, valeurs $< 1\ \Omega$, le montage adéquat est représenté par un schéma d'une mesure "en quatre points". Les résistances R_c sont les résistances de contact, non négligeables ici, car un fort courant circule dans la branche de la source. Lorsqu'une résistance est faible, il faut y faire circuler un fort courant pour obtenir une tension mesurable à ses bornes. Dans ce cas les résistances de contact (Figure I.2), qui ici sont du même ordre de grandeur que R_x , produisent une tension mesurable. Pour ne pas mesurer $R_x + 2R_c$, la tension est mesurée à travers deux bornes qui ne voient pas passer I , mais seulement i (Figure I.2).

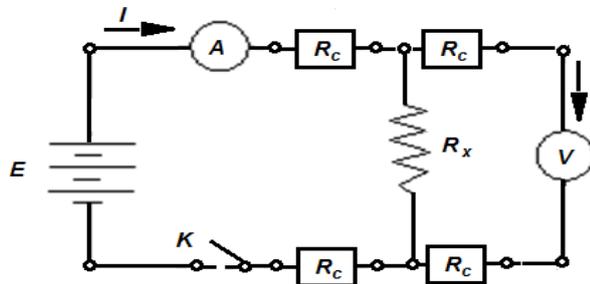


Figure I.2 : Méthode de mesure dite en "quatre points".

La mesure des très faibles résistances est un cas très délicat. Actuellement, on utilise une technique très poussée appelée "Offset Compensated Ohms (OCO)". Les fils en trait gras mesure la chute de tension aux bornes de la résistance et ceux en traits fins mesure le courant qui traverse cette résistance. Le montage fait appel à un multimètre digital de type *Ni 4070 FlexDMM* "higher-resolution Digital Multimeters Measurements (DMMs)". Deux étapes sont ainsi nécessaires pour déterminer la valeur de R_x . La première mesure consiste à mesurer la chute de tension V en présence du courant et la seconde consiste à déterminer aussi la chute de tension V' mais sans la présence de la source de courant. L'appareil est construit de telle sorte qu'il puisse déterminer V_{OCO} . Avec cette dernière valeur, le *Ni 4070 FlexDMM* peut alors donner le résultat de la valeur correcte de résistance à mesurer R_x . (voir Figure I.3 donnée ci-dessous).

(source : <http://www.ni.com/> ; ainsi que : <http://www.ni.com/swf/presentation/us/4070resistance/>).

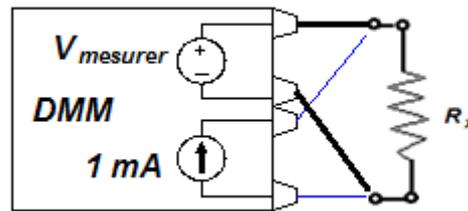


Figure I.3 : Montage à "Multimètre Digital".

Ce qu'il faut retenir en conclusion, c'est que dans le calcul d'erreurs, il faut considérer toujours le cas le plus défavorable, où toutes ces erreurs n'ont que des signes positifs. D'autre part, vu les valeurs très petites des erreurs, on exempt d'habitude du calcul, les puissances d'ordre supérieure, en appliquant les formules d'approximations de type :

$$\frac{(1 \pm \varepsilon_1)^n \cdot (1 \pm \varepsilon_2)^m}{(1 - \varepsilon_3)^p} \approx 1 \pm n\varepsilon_1 \pm m\varepsilon_2 + p\varepsilon_3 \quad (1.21)$$

I-2.2. Incertitude de lecture :

* On peut l'estimer, selon la convention choisie, et dans le cas le plus défavorable à la moitié de la plus petite division d'une échelle donnée pour un appareil à aiguille.

** Pour un appareil numérique à affichage digital, l'incertitude peut être estimée à une unité du dernier chiffre clignotant.

I-2.3. Incertitude de classe :

Pour un appareil à aiguille, la classe C représente un nombre qui donne en pourcent (%) de la déviation maximale, l'incertitude absolue correspondant à une lecture quelconque.

En fait, la classe C d'un appareil de mesure n'est autre que l'incertitude absolue maximale de la mesure, exprimée en pourcentage du calibre C_a utilisé. Par exemple, pour un voltmètre de classe 2 sur le calibre 30 V, l'incertitude absolue de la mesure est $\Delta V = C \times C_a = 30 \times 0.02 = 0.6V$.

$$\text{Donc :} \quad \Delta x = \frac{C \cdot D}{100} [\text{en div}] = \frac{C \cdot C_a}{100} [\text{unité du calibre } C_a] \quad (1.22)$$

$$\text{d'où :} \quad \varepsilon(\%) = \frac{C \cdot C_a}{x_m} \quad (1.23)$$

où C représente la classe, D le nombre de divisions d'une échelle donnée et C_a le calibre utilisé.

Le plus souvent, les appareils utilisés sont de classe 1. L'erreur relative de mesure est minimale lorsque la déviation de l'aiguille est maximale. Cette incertitude absolue est constante pour toutes les mesures sur un calibre. L'incertitude relative $\Delta x/x$ varie donc inversement à x . Nous avons intérêt à choisir le calibre C_a de telle sorte que l'aiguille dévie le plus possible. La classe C tient compte des incertitudes liées aux composants de l'appareil.

Sur une échelle D donnée, le nombre (Δx) de divisions que représente l'incertitude de classe caractérise "la zone interdite" dans laquelle les mesures n'ont aucune importance, car l'incertitude absolue sur une mesure donnée devient plus importante que la mesure elle-même.

En règle générale, pour diminuer les erreurs de mesures et faire augmenter la précision autant que possible, on doit utiliser le plus possible la partie droite de l'échelle d'un appareil de mesure (deuxième moitié de l'échelle). Sinon, l'incertitude relative sera de plus en plus grande que l'aiguille sera de plus en plus proche du début de l'échelle.

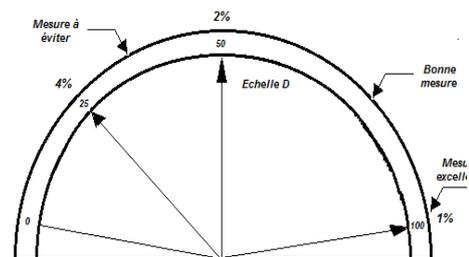


Figure I.4 : $\Delta x/x$ est minimale lorsque la déviation de l'aiguille est maximale (ici, $C = 1$).

On voit bien, dans la relation (voir Figure I.4), que si, x_m tend vers le cas des mesures où la déviation de l'aiguille est maximale, c'est-à-dire quand $x_m = C_a$ utilisé, l'erreur relative exprimée en (%) devient exactement égale à la valeur de la classe C .

a) Incertitude inscrite en claire :

Elle est donnée directement en pourcent (%) de la valeur indiquée (en clair ou codée) sur le corps des éléments qu'on veut mesurer. À titre d'exemple, on peut rencontrer les indications suivantes sur le corps d'une résistance R , d'une capacité C ou une self L .

Exemples :

$$R = 1 \text{ K}\Omega \text{ à } 0.4 \% \quad \Rightarrow \quad \Delta R = 4 \Omega$$

$$C = 0.5 \mu\text{F} \text{ à } 3 \% \quad \Rightarrow \quad \Delta C = 15 \text{ nF}$$

$$L = 0.2 \mu\text{H} \text{ à } 0.1 \% \quad \Rightarrow \quad \Delta L = 0.2 \text{ nH}$$

b) Incertitude codée :

Dans le cas où un code de couleurs est utilisé, la tolérance qui représente l'incertitude relative sur la valeur indiquée est définie par une bague de couleur et est décodée selon la procédure qui suit :

D'une manière générale, les couleurs peuvent signifier : un chiffre, une puissance de dix, une tolérance, une tension ou une lettre caractéristique particulière.

- Les chiffres : sont représentés par les deux ou parfois par les trois premières couleurs selon le cas utilisé.

- Les puissances de 10 : après les couleurs des chiffres, une couleur est réservée pour représenter les puissances de dix, où l'exposant positif de la puissance de dix. Il indique le nombre de zéros à ajouter aux chiffres, l'exposant négatif par contre, indique comment déplacer la virgule vers la droite.

- La tolérance : indique en pourcent de la valeur représentée, la valeur de l'incertitude relative avec laquelle elle peut fluctuer. Le noir ou l'absence de couleur correspond à $\pm 20\%$. La plupart du temps, on trouve une bague de couleur argent pour $\pm 10\%$ et or pour $\pm 5\%$.

- La classe du produit : caractérise la qualité de la matière avec laquelle le produit est fabriqué. La couleur attribuée dans ce cas dépend essentiellement de la norme utilisée par le fabricant (Normes allemandes *DIN*, Normes françaises *NF*, etc...)

- La tension : il s'agit de façon habituelle d'indiquer la valeur maximale admissible en période de longue durée.

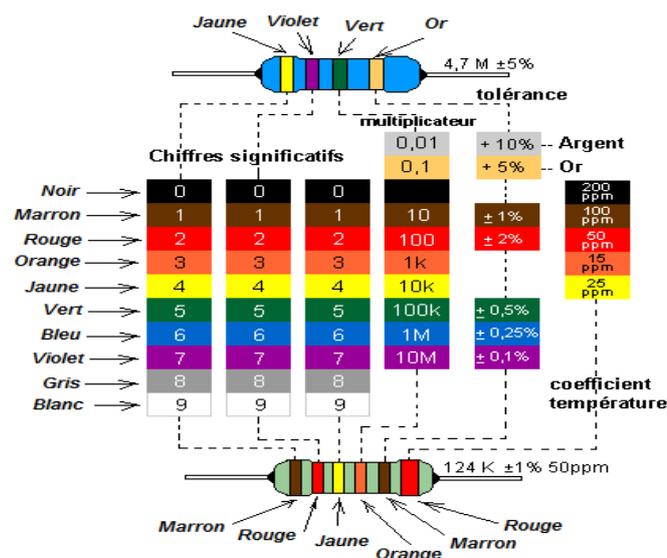


Figure I.5 : Code de couleurs pour les résistances à 5 ou 6 anneaux. Positionner la résistance de façon à avoir toujours l'anneau de couleur de la tolérance (résistance à 5 anneaux) ou l'anneau du coefficient de température (résistance à 6 anneaux) sur sa droite.

- Les lettres caractéristiques :

Ces lettres déterminent une propriété particulière telle que l'aptitude à la charge ou le coefficient de température. Dans le cas d'une résistance par exemple, la tolérance ε_R peut être exprimée en fonction du coefficient de température α et de la variation de température comprise dans l'intervalle $[T_0, T_0 + \Delta T]$ de cette résistance comme suit :

$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)] \quad \Rightarrow \quad \frac{R - R_0}{R_0} = \alpha \cdot \Delta T = \varepsilon_R \quad (1.23)$$

Dans le tableau que suit; nous allons résumer les indications principales communes; pour les résistances et les condensateurs dont l'utilisation est devenue normalisée.

Comme nous le voyons à travers le tableau donné ci-dessous (Tableau I-1.), le nombre de barres de couleurs peut varier de quatre à huit selon les informations qu'on veut transmettre.

Dans la plupart des applications, seul un nombre restreint de couleurs ou de valeurs est utilisé. Pour clarifier cette situation; nous allons noter les recommandations suivantes :

(i). La suite des couleurs doit se lire en fonction de la position de la couleur de tolérance. Car, à cause de la symétrie des corps de certains composants, la première couleur sera reconnue après avoir repéré et identifié la couleur de la tolérance qui est généralement de couleur or ou argent.

(ii) Pour les résistances à usage général; les barres de couleurs fréquemment rencontrées sont celles des colonnes A, B, D, E, la colonne C et les valeurs entre parenthèses de la colonne E sont rarement utilisées.

(iii) Pour les résistances de précisions, on introduit de plus un troisième chiffre (colonne C) et la classe de produit (colonne C).

(iv) Pour les condensateurs usuels; on utilise parfois le même codage que celui utilisé pour les résistances usuelles. Dans d'autres cas on ajoutera les indications de la colonne G et H. Les valeurs sont indiquées en pF et pour les capacités $< 10 \text{ pF}$, dans la colonne E, à la place de 1% on met 10 pF.

(v) Les couleurs "or" et "argent" sont directrices, d'où la possibilité de les remplacer comme suit : au lieu de la couleur dorée "or" pour 10^{-1} on met le blanc et pour la tolérance $\pm 5\%$ on met le vert. Et au lieu de l'argent pour 10^{-2} , on met le gris et pour la tolérance $\pm 10\%$ on met le blanc.

Exemples :

Les figures suivantes (Figures I.4 à I.11) représentent quelques cas réels, souvent rencontrés quand on fait les réalisations pratiques.

Repère Couleur	A : 1 ^{er} chiffre	B : 2 ^e chiffre	C : 3 ^e chiffre	D : Multipli- cateur	E Tolérance	F classe	G Tension nominale V	H lettre typique ou coefficient de température	
Noir	0	0	0	10	20%			A	$\pm 10^{-4}/^{\circ}\text{K}$
Marron	1	1	1	10^1	1%		100	B	$\pm 1 \cdot 10^{-}$
Rouge	2	2	2	10^2	2%	0,5	200	C	$\pm 5 \cdot 10^{-5}$
Orange	3	3	3	10^3	3%		300	D	$\pm 15 \cdot 10^{-6}$
Jaune	4	4	4	10^4	4%	2 DIN	400	E	$\pm 25 \cdot 10^{-6}$
Vert	5	5	5	10^5	0,5%		500	F	-
Bleu	6	6	6	10^6	0,25%		600	G	
Violet	7	7	7	10^7	0,1%		700		
Gris	8	8	8	10^{-2}	30%		800	I	
Blanc	9	9	9	10^{-1}	10%		900	J	
Argent				10^{-2}	10%		2000		
Or				10^{-1}	5%		1000		

(Tab1.I.I)

Lettre Majuscule	C ≤ 10 pF	C > 10 pF	Lettre minuscule	Tension nominale
A	-	-	a	50V DC
B	$\pm 0,10$	-	b	125V DC
C	$\pm 0,25$	-	c	160V DC
D	$\pm 0,50$	0,5%	d	250V DC
E	-	-	e	350V DC
F	± 1	$\pm 1\%$	f	500V DC
G	± 2	$\pm 2\%$	g	700V DC
H	-	$\pm 2,5\%$	h	1000V DC
J	-	$\pm 5\%$	-	-
K	-	$\pm 10\%$	u	250V AC
L	-		v	350V AC
M	-	$\pm 20\%$	w	500V AC

(Tab.I.I)

Page Manquante :

Belamri Roumayssa

Note : 0

Page Manquante :

Belamri Roumayssa

Note : 0

Nous remarquons que le lot le plus important se situe autour de $x_i = 175$.

Cette valeur particulière n'est autre que la valeur moyenne. De part et d'autre de celle-ci, on peut toujours caractériser la dispersion relative de tout l'ensemble des mesures.

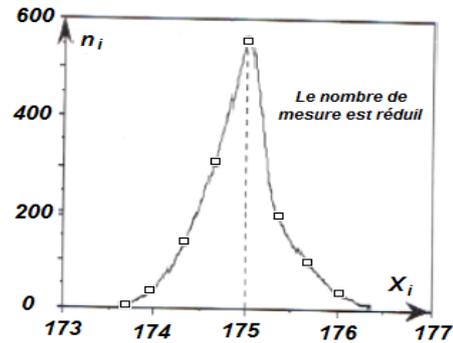


Figure 1.10 : Cas d'une population de mesure où le nombre N est petit.

I-3.2. Cas Gaussien :

Si nous revenons au cas de l'exemple précédent, où nous supposons que le nombre de mesures est infiniment grand, alors la variable x devient continue et la courbe de la Figure (1.10) sera aussi continue. Pour plus de précision, nous allons considérer que la présence du résultat X_i dans un intervalle de confiance est associée à une probabilité de présence. Le calcul de cette probabilité nous emmène à partager l'ensemble de ces résultats en deux lots se situant de part et d'autre de la vraie valeur x_v . L'expression rigoureuse de la probabilité des répartitions des N mesures de façon à trouver n résultats à droite et $N-n$ à gauche est donnée par :

$$P(n) = \frac{C_N^n}{2^N} = \frac{N!}{n!(N-n)! \cdot 2^N} \quad (1.24)$$

où C_N^n est le nombre des combinaisons de N résultats (tous équiprobables) et tirés n à n . 2^N est le nombre total des arrangements possibles.

En utilisant la formule de Sterling de type :

$$\log n! = n \log n - n \quad (1.25)$$

Nous pouvons déduire de la formule (1.24), l'expression suivante :

$$\frac{d \log P}{dn} = -\log n + \log(N-n) \quad (1.26)$$

On voit que la probabilité P ou $\log P$ est maximale quand l'expression (I.26) s'annule. Ce qui permet de montrer que la population la plus probable correspond à la valeur moyenne $n = N/2$. Au voisinage de cette valeur la fonction $P(n)$ peut être développée en série de Taylor selon l'expression (I.27) suivante :

$$\log P(n) = \log P(\bar{n}) + (n - \bar{n}) \left(\frac{d \log P}{dn} \right) + \frac{1}{2!} (n - \bar{n})^2 \left(\frac{d^2 \log P}{dn^2} \right) + \dots + \quad (I.27)$$

Ce développement au quatrième ordre près donne :

$$\log P(n) = \log P(\bar{n}) - \frac{2}{N} (n - \bar{n})^2 \quad (I.28)$$

d'où :

$$P(n) = P(\bar{n}) \exp\left(-\frac{2}{N} (n - \bar{n})^2\right) \quad (I.29)$$

La constante $P(\bar{n})$ est calculée en normalisant correctement l'expression (I.29) :

$$\int_0^{+\infty} P(n) dn = \int_{-\infty}^{+\infty} P(\bar{n}) \exp\left(-\frac{2}{N} (n - \bar{n})^2\right) dn \cong 1 \quad (I.30)$$

qui permet d'écrire :

$$P(n) = \left(\sqrt{\frac{2}{\pi N}} \right) P(\bar{n}) \exp\left(-\frac{2}{N} (n - \bar{n})^2\right) \quad (I.31)$$

Sa forme représente une distribution théorique connue appelée loi normale (ou courbe de Gauss), qui prend la forme d'une cloche (Figure I.10) avec des ailes qui décroissent très rapidement.

On caractérise l'étalement relatif d'une distribution de Gauss par la valeur quadratique moyenne de l'écart $\Delta n = n - \bar{n}$ mesurée sur un très grand nombre d'essais :

$$\sigma^2 = \overline{\Delta n^2} = \overline{(n - \bar{n})^2} = \int_0^{+\infty} (n - \bar{n})^2 P(n) dn \cong \int_{-\infty}^{+\infty} (n - \bar{n})^2 P(\bar{n}) \exp\left(-\frac{2}{N} (n - \bar{n})^2\right) dn = \frac{N}{4} \quad (I.32)$$

On appelle déviation standard ou écart-type σ , cette valeur quadratique moyenne. L'expression (I.31) peut alors être exprimée en fonction de ce dernier paramètre selon la relation suivante :

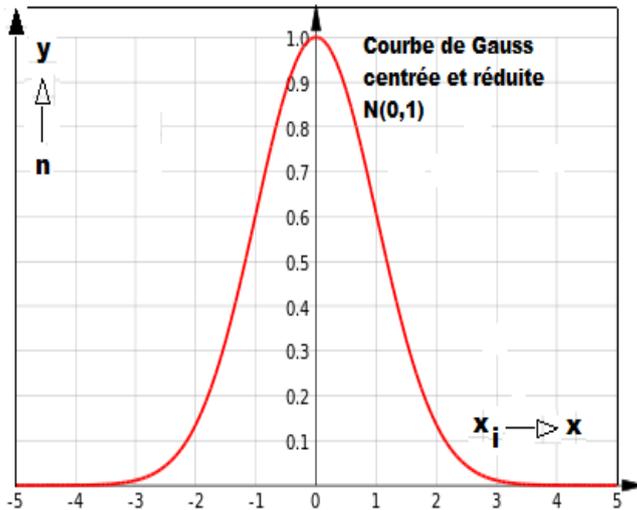


Figure I.11 : Distribution de Gauss centrée et réduite.

$$P(n) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(n-\bar{n})^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.33)$$

Qu'on note souvent par :

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.34)$$

L'exploitation de ce type de loi, qui définit une densité de probabilité permet d'exprimer l'incertitude accidentelle par les deux paramètres statistique (\bar{x} et σ) qu'on va développer et discuter dans les paragraphes suivant.

Dans le cas où cette densité de probabilité est exprimée par la relation (1.34) on dit que l'on est en présence de la loi normale, de moyenne \bar{x} et d'écart-type σ et qu'on note $N(\bar{x}, \sigma)$. Pour normer cette loi, on effectue le changement de variable suivant :

$$X = \frac{x - \bar{x}}{\sigma} \quad (1.35)$$

Cette loi normale devient centrée et réduite, car elle est de moyenne nulle et d'écart-type égale à l'unité $N(0, 1)$. Son équation sera alors donnée par l'expression suivant :

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x)^2}{2}\right) \quad (1.36)$$

I-3.3. Valeur moyenne (\bar{x}) :

La valeur moyenne d'un échantillon de taille n est définie par :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \quad (1.37)$$

Elle représente la meilleure estimation de la vraie valeur x_v et elle sera par la suite la valeur à adopter quelle que soit la méthode choisie pour déterminer l'incertitude.

Si une infinité de mesurages pouvaient être effectuées sans erreurs systématiques sur une grandeur physique déterminée, la courbe de Gauss, de même forme que la courbe réduite peut alors être dessinée. Cette courbe aurait pour axe de symétrie la parallèle à Oy et l'équation $x = x_v$. Et à cause de la symétrie, la valeur moyenne de l'ensemble des mesures serait alors $\bar{x} = x_v$. L'ordonnée y_i d'un point donnée représente le taux de présence de l'abscisse x_i correspondant.

Si on mesure dans les conditions identiques, la même grandeur x et on obtient une série de résultats x_1, x_2, \dots, x_n , la valeur moyenne \bar{x} peut être écrit sous la forme :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \left(\sum_1^n x_i \right) = x + \frac{1}{n} \left(\sum_1^n \delta x_i \right) \quad (1.38)$$

où δx_i sont les erreurs absolues affectant les valeurs mesurées x_i .

$$\delta x_i = x_i - x. \quad \text{Donc} \quad x_i = x + \delta x_i \quad (1.39)$$

Comme la valeur moyenne \bar{x} est la première forme d'estimation de la valeur x_v de la grandeur mesurée x . La valeur la plus probable x_p se définit comme la limite :

$$x_p = \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{x} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\sum_1^n x_i \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(x + \frac{1}{n} \left(\sum_1^n \delta x_i \right) \right) \quad (1.40)$$

Donc, pour :

$$(n \rightarrow \infty), \quad \left(\frac{1}{n} \left(\sum_1^n \delta x_i \right) \rightarrow 0 \right) \quad (1.41)$$

et

$$(x_p \rightarrow x) \quad (1.41)$$

C'est à dire, à la limite, la valeur la plus probable x_p donne la vraie valeur de la grandeur X .

Dans le cas réel, n est fini (et même parfois assez petit), donc $x_p \neq x$. Alors, il faut estimer la différence entre x_p et \bar{x} , pour pouvoir connaître l'exactitude de l'approximation de \bar{x} à x , chose que nous allons examiner ultérieurement en détail.

I-3.4. L'écart type (σ) :

Parmi toutes les valeurs x_i , il existe deux particulièrement importants x_1 et x_2 dont leurs ordonnées (voir figure I.11, ci-contre) sont respectivement I_1 et I_2 .

La valeur absolue de la différence entre l'une de ces valeurs et \bar{x} est appelée écart-type et est notée σ :

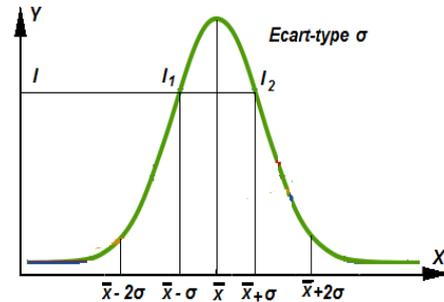


Figure I.12 : Notion d'écart-type σ .

La valeur absolue de la différence entre l'une de ces valeurs et \bar{x} est appelée écart-type et est notée σ :

$$\sigma = |x_1 - \bar{x}| = |x_2 - \bar{x}| \quad (1.42)$$

Ainsi, pour chaque valeur x_i , nous pouvons écrire la relation de l'écart-type σ_i suivant :

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 = x_1 - \bar{x} \\ \sigma_2 = x_2 - \bar{x} \\ \dots \dots \dots \\ \sigma_n = x_n - \bar{x} \end{array} \right\} \Rightarrow \sum_1^n \sigma_i = 0 \quad (1.43)$$

Nous voyons que le moyenne arithmétique (ou directe) des σ_i ne peut donner aucune indications sur l'écart $x_p - \bar{x}$, car elle est toujours nulle. Pour éviter ce cas trivial, nous allons calculer la moyenne pondérée des valeurs quadratiques des incertitudes absolues σ_i des mesures.

Dans le cas où Y est donnée par la relation (I.34) l'écart type quadratique σ'^2 sera alors définie comme étant la moyenne pondérée des valeurs quadratiques des incertitudes absolues $\varepsilon_i = x_i - x_v$ des mesures.

$$\sigma'^2 = \frac{1}{n} \left(\sum_1^n (x_i - x_v)^2 \right) = \frac{1}{n} \left(\sum_1^n \varepsilon_i^2 \right) \quad (1.44)$$

σ' dépend de x_v donc inconnu, pour pouvoir l'évaluer on doit l'estimer à travers σ en utilisant la distribution de Student qu'on va développer dans le paragraphe qui suit.

I-3.5. Distribution de Student :

Si on considère un ensemble de mesures ou chaque résultat est attaché à une valeur x_i , réalisation d'une variable aléatoire x et qui obéit à une loi normale $N(m, \sigma)$. On veut estimer la valeur moyenne m representative de x_v , en prélevant au hasard un échantillon de taille n .

a) Principe de l'estimation :

En utilisant le principe de l'estimation, nous pouvons, à partir de donnée d'échantillons représentatifs (moyenne, écart-type) induire des résultats pour une population de mesures beaucoup plus importante. Pour cela, nous allons d'une part, caractériser la population-mère par les paramètres suivants : le nombre total de mesures N , la moyenne m , l'écart-type σ et la loi de probabilité normale $N(m, \sigma)$; et d'autre part, l'échantillon test par : le nombre réduit de mesures n , la moyenne \bar{x} , l'écart-type s et la loi de probabilité normale $N(\bar{x}, s)$.

b) Estimation ponctuelle d'une grandeur physique :

Estimer la valeur d'une grandeur physique, comme une incertitude de mesure (Δx), ou un paramètre inconnu (θ) par un nombre constitue une estimation ponctuelle de cette grandeur.

c) Estimateur :

Quand on veut estimer un paramètre θ qui dépend d'une variable aléatoire, de valeur x_i ($i = 1$ à n) et de loi de probabilité $f(x, \theta)$ on doit faire appel à un estimateur qui est défini par la fonction T_n de sorte qu'on peut écrire : $T_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = \theta$

Un estimateur est dit ponctuel et sans biais, si son espérance mathématique, représentée par la moyenne de la variable aléatoire X est égale à la grandeur estimée $E\{T_n\} = \theta$. De plus, il est dit convergent si $\lim_{n \rightarrow \infty} E\{T_n\} = \theta$.

Sachant que :

$$E\{T_n\} = \sum_1^n p_i x_i, \text{ où } p_i \text{ est la probabilité de } x_i \text{ d'un cas discret, et}$$

$$E\{T_n\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \text{ d'un cas continu.}$$

d) Loi Student :

La quantité définie par :

$$t_n = \frac{\bar{x}}{\sqrt{Y/n}} \quad (1.45)$$

Page Manquante :

Belmerabet Rokia

Note : 0

Page Manquante :

Belmerabet Rokia

Note : 0

Page Manquante :

Belmerabet Rokia

Note : 0

égale à 95 et 99%

Les $t_{\alpha,n}$ s'obtiennent par lecture de la table de student de la loi dite du' « t student ». Les $g_{\alpha,n}$ sont ensuite calculées par la relation (I.63) :

$$g_{\alpha,n} = \frac{t_{\alpha}}{\sqrt{n}} \quad (I.63)$$

Et les $q_{\alpha,n}$ sont données par les tables relatives à la méthode de l'étendue.

n	2	3	4	5	6	7	9	10	15	20	30	50	100
$t_{\alpha} = 95\%$	12,71	4,30	3,18	2,78	2,57	2,45	2,31	2,26	2,15	2,09	2,04	2,01	2,00
$t_{\alpha} = 99\%$	63,70	9,93	5,84	4,60	4,03	3,71	3,34	3,25	2,98	2,86	2,76	2,68	2,60
$g_{\alpha} = 95\%$	9,00	2,50	1,60	1,24	1,05	0,93	0,77	0,71	0,55	0,47	0,37	0,28	0,20
$g_{\alpha} = 99\%$	54,00	5,70	2,90	2,04	1,65	1,40	1,24	1,12	0,90	0,77	0,64	0,50	0,26

(Table I.3)

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$q_{\alpha} = 95\%$	6,35	1,30	0,72	0,51	0,40	0,35	0,29	0,26	0,23	0,21	0,19
$q_{\alpha} = 99\%$	31,18	3,01	1,32	0,84	0,63	0,51	0,43	0,37	0,33	0,30	0,28

(Table I.4)

I-4. ECRITURE DU RESULTAT DE MESURAGE :

La présentation d'un résultat de mesurage doit être faite sous une forme qui, donne un sens précis et une signification claire, concise et réaliste. Pour cela on doit adopter l'une des formes d'écriture suivantes :

- (i) $x_v = x_m$ à Δx près.
- (ii) $x_v = x_m \pm \Delta x$
- (iii) $x_m - \Delta x \leq x_v \leq x_m + \Delta x$ (I.64)
- (iv) $x_v = x_m$ à $\frac{\Delta x}{x_m} \times 100$ en (%)

Page Manquante :

Mohamed Fal

Note : 0

Page Manquante :

Mohamed Fal

Note : 0

Chapitre II

Les appareils de mesures

Nous allons étudier dans ce chapitre, les appareils de mesure électriques à aiguilles, dont l'action est directe entre l'application de la grandeur physique à mesurer et l'indication du résultat.

Selon les performances souhaitées et les applications envisagées, on peut constater que du point de vue du principe sur lequel est basé le fonctionnement de chaque appareil, celui-ci peut varier assez bien.

Pour cela, on va tout d'abord, procéder à les regrouper en plusieurs catégories distinctes de façon à pouvoir mieux les identifier.

II-1. CLASSIFICATION DES APPAREILS DE MESURE ÉLECTRIQUE :

Le seul critère de classification que va être pris en compte, sera le mode de fonctionnement de ces appareils. Nous allons donc, commencer par donner une description succincte pour l'ensemble de ces catégories et nous nous limiterons enfin, à une étude approfondie aux types d'appareils qui sont usuellement utilisés dans la pratique des mesures courantes.

II-1.1. Appareils magnétoélectriques (à cadre mobiles) :

Ces appareils utilisent le principe de l'action exercée par un aimant permanent sur un courant électrique. Ce principe de base est schématisé par un symbole représentant un aimant en forme de **U** inversé et un rectangle pour représenter le cadre moteur.

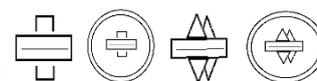
Dans le cas où certaines fonctions supplémentaires sont introduites dans la construction de l'appareil, ces éléments sont clairement indiqués dans leurs symboles d'identification tel que :

i) La diode de redressement pour les appareils de mesure des grandeurs variables (exemple : en alternatif) ;

ii) Les cadres croisés pour représenter les logomètres (qu'on va étudier au chapitre VIII) ou

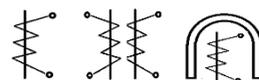
iii) Les thermocouples (avec ou sans contact direct avec le cadre mobile) pour les appareils de mesure utilisant l'effet Joule.

II-1.2. Appareils électrodynamiques et ferrodynamiques :



Le fonctionnement de ces appareils repose sur l'action exercée par un courant électrique sur un autre courant électrique. Leur sigle est symbolisé par une croix représentant deux bobines différentes pour séparer la configuration de la bobine courant de celle du cadre mobile (voir chapitre III, §.III.2). La première est dessinée de façon horizontale alors que la bobine tension est positionnée perpendiculairement à celle-ci. Les appareils ferrodynamiques, de même principe que les appareils électrodynamiques ne diffèrent de ceux-ci que par la présence d'un circuit ferromagnétique associé à la bobine courant pour y canaliser le flux d'induction magnétique. On les reconnaît par la présence d'un cercle en double ligne entourant le symbole précédent. Dans le langage usuel, on utilise le mot électrodynamique indifféremment pour les deux types d'appareils, avec la mention "sans fer" ou "avec fer" pour différencier les uns des autres. Il existe aussi, plusieurs autres dérivées de ce type d'appareils qui utilisent le même principe de fonctionnement tels que les logomètres électrodynamiques et ferrodynamiques. D'une façon générale, tous ces appareils désignés par le terme "logomètre" sont des appareils à cadres croisés.

II-1.3. Appareils ferromagnétiques :



Ces appareils utilisent le résultat de l'action exercée par un courant circulant dans une bobine fixe sur une pièce mobile ferromagnétique. Celle-ci tend à se déplacer de façon à augmenter l'induction propre de la bobine, et par conséquent à faire diminuer sa réluctance. Leur symbole est inspiré de ce principe et représenté par une pièce ferromagnétique verticale placée à l'intérieur d'une bobine dessinée sous la forme d'un ressort. Dans la pratique, il existe diverses réalisations, qui appartiennent à l'une des deux catégories suivantes : appareils dits à "attraction" ou appareils dits à "répulsion".

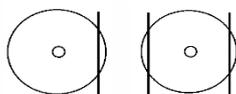
On peut aussi trouver des logomètres ferromagnétiques (reconnus à l'aide du symbole précédent associé à son image), qui sont en fait, constitués de deux mécanismes à fer mobile en opposition avec un axe comme et sans couple de rappel. Ils permettent de mesurer le rapport de deux courants alternatifs ou même indiquer que deux courants sont égaux.

II-1.4. Appareils à aimant mobile :



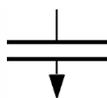
Ils utilisent le résultat de l'action d'un courant électrique sur une aiguille aimantée. Dans certains cas, cette aiguille est remplacée par un fer qui s'aimante sous l'action d'un aimant permanent auxiliaire.

On construit aussi des logomètres à aimant mobile, utilisés comme des ohmmètres, à partir de deux bobines fixes perpendiculaires l'une par rapport à l'autre et exerçant leur action sur une aiguille aimantée. L'une des deux bobines est parcourue par un courant proportionnel à la tension de la source, l'autre par un courant dépendant de la valeur de la résistance à mesurer.



II-1.5. Appareils à induction :

Ces appareils utilisent le résultat de l'action exercée par des courants variables sur les courants induits dans une pièce conductrice mobile. Leur symbole est représenté par un disque muni d'un barreau sur la partie gauche. Ce type d'appareils (cf. Ch-III, §.3) est surtout, utilisé comme appareils intégrateurs (compteurs d'énergie) et rarement comme indicateurs (voltmètres, ampèremètres, etc...). Ils existent aussi des logomètres à induction, qui sont caractérisés par l'absence de couple de rappel, mais avec la présence de deux couples moteurs qui tendent à s'opposer mutuellement. La valeur de ce couple est fonction de l'angle de rotation de l'équipage mobile. Celui-ci prend une position d'équilibre correspondant à l'égalité des couples moteurs moyens. Ils sont symbolisés par un disque identique à celui du cas précédent mais muni de deux barreaux placés de façon symétrique à gauche et à droite.



II-1.6. Appareils électrostatiques :

Ces appareils utilisent le résultat de l'action d'une force électrostatique exercée sur les armatures d'un condensateur. Leur symbole est schématisé par un condensateur où l'armature mobile est munie d'une flèche placée de façon perpendiculaire.



II-1.7. Appareils à lames vibrantes :

Ils utilisent le résultat de l'action d'un champ magnétique obtenu par la superposition d'un champ constant et d'un champ variable parallèle, sur une plaque mince (membrane) ferromagnétique. Leur symbole est représenté par une lame verticale fixée à l'horizontal où l'extrémité supérieure peut vibrer des deux côtés (vers la droite et vers la gauche).



II-1.8. Appareils bimétalliques :

Ces appareils utilisent la dilatation thermique due à l'échauffement par effet Joule d'un courant électrique pour faire mouvoir une aiguille solidaire à son extrémité libre. Leur symbole est donné par deux arcs de disques de couleurs différentes.

II-1.9. Appareils thermiques à fil chaud :



Leur fonctionnement est basé aussi sur l'allongement d'un fil mince conducteur dû à l'effet Joule résultant du passage d'un courant électrique dans ce fil. Ils sont symbolisés par un fil horizontal tiré de milieu vers le bas.

II-2. QUALITÉS ESSENTIELLES DES APPAREILS DE MESURE ÉLECTRIQUE :

Dans la pratique, l'emploi d'un appareil de mesure nécessite une parfaite connaissance de ses propres caractéristiques. Ainsi, pour exploiter les qualités d'un appareil de façon optimale, il faut utiliser de manière rationnelle les diverses informations données par son constructeur. Les limites de ces capacités vont être définies à partir d'un certain ensemble de qualités qu'on va essayer de présenter succinctement.

II-2.1. La fidélité :

Elle représente la qualité de l'appareil à donner la même indication pour la même valeur de la même grandeur. Cette fidélité devient maximale quand les petites variations d'indication deviennent imperceptibles à un observateur placé dans les meilleures conditions de mesure.

II-2.2. La justesse (précision) :

La précision caractérise l'indication d'une valeur mesurée, la plus proche possible par rapport à la vraie valeur x_v . On admet que la justesse est optimale quand l'écart $x_m - x_v$ devient inférieur au seuil différentiel de la perception. Ce seuil est appelé aussi "résolution".

II-2.3. La sensibilité :

C'est la capacité de l'appareil à déceler les petites variations de la grandeur à mesurer. Pour que cette grandeur soit mesurable, il faut que la déviation qu'elle provoque soit nettement claire et détachable du bruit de fond qui l'accompagne. Cet état représente le seuil de la sensibilité.

II-2.4. La robustesse :

C'est la capacité de pouvoir supporter les surcharges dues à des déviations maximales non destructives de l'aiguille.

II-2.5. La rigidité diélectrique :

Elle représente la valeur de l'intensité du champ électrique (\vec{E}) à laquelle se produit le claquage de l'isolation de l'appareil. Cette caractéristique est souvent symbolisée par une étoile à l'intérieur duquel est inscrit un nombre qui représente en (KV). La tension nominale de claquage de l'isolation. Avec une étoile seule, la tension de claquage est de l'ordre de 500 V.

II-2.6. La rapidité d'indication :

C'est l'aptitude de l'appareil à suivre les variations de la grandeur à mesure. Cette aptitude sera caractérisée par le minimum de temps entre la mesure et l'indication finale du résultat.

II-2.7. La fiabilité :

Elle se traduit par la conformité de l'appareil à assurer le bon fonctionnement indiqué par le constructeur. Cette qualité peut être déterminée par des moyens de contrôle statistiques, qui permettent d'établir une valeur moyenne des performances.

II-2.8. Le calibre :

Il représente la plus forte valeur mesurable par l'appareil. La plupart des appareils possèdent plusieurs calibres. La gamme de mesure réalisée par l'appareil est alors définie par les deux calibres extrêmes ($C_a \min$) et ($C_a \max$).

II-2.9. La classe :

Elle traduit la précision de l'appareil (cf. Ch.I.§ 2.3). On peut distinguer différents types d'appareils selon leur classe :

- Appareils de calibrage ou étalons : leur indice de classe C est compris entre 0,05 à 0,1.
- Appareils de précision (de laboratoire) : leur indice de classe C est compris entre 0,2 à 0,5.
- Appareils de contrôle (de laboratoire) : leur indice de classe C est compris entre 1,0 à 1,5.
- Appareils indicateurs (grand public) : leur indice de classe C est compris entre 2,5 à 5.

II-3. MÉCANISMES DE FONCTIONNEMENT DES ÉQUIPAGES MOBILES :

Comme il existe de nombreuses formes d'équipages mobiles, nous allons limiter notre étude à ceux du type à cadre mobile de forme rectangulaire. Ils comprennent essentiellement un circuit mobile sur lequel agissent des actions magnétiques et des forces antagonistes de nature mécaniques. Sous l'effet de l'ensemble, l'équipage mobile atteint une position d'équilibre. En pratique, le mouvement est toujours une rotation autour d'un axe fixe, l'angle θ représente la position finale d'équilibre.

II-3.1. Equation du mouvement :

On va considérer que l'équipage mobile occupe les états d'équilibre final et initial (avec ou sans excitations extérieures), en un instant t , en effectuant une rotation d'un angle $\theta(t)$. Les couples qui se développent durant ce processus sont :

- $J \frac{d^2\theta}{dt^2}$ qui représente le couple d'inertie, et J est appelé le moment d'inertie.
- $A \frac{d\theta}{dt}$ représente le couple d'amortissement et A , un coefficient supposé constant dû aux divers types de frottements.
- $B\theta$ couple de rappel qui, en s'opposant au mouvement, tend à ramener l'équipage dans une position d'équilibre $\theta = 0$.
- $\Gamma(t)$ couple moteur dû aux forces d'excitations extérieures.

La condition d'équilibre dynamique nous permet d'écrire :

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + A \frac{d\theta}{dt} + B\theta = \Gamma(t) \quad (\text{II.1})$$

II-3.2. Mouvement libre :

En supposant que l'excitation extérieure est nulle $\Gamma(t) = 0$ et que l'équipage mobile est laissé en mouvement à lui-même.

$$\text{Si on pose : } 2\delta = \frac{A}{J} \quad \text{et} \quad \omega_0^2 = \frac{B}{J}$$

L'équation (II.1) devient :

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + A \frac{d\theta}{dt} + B\theta = 0 \quad (\text{II.2})$$

a) Mouvement non amorti :

Si $A = 0$ (mouvement non amorti) donc $\delta = 0$, la solution de l'équation différentielle prend la forme suivante :

$$\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega_0 t + \phi_0) \quad (II.3)$$

où θ_0 et ϕ_0 sont des constantes déterminées par les conditions initiales.

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ est appelée période propre de l'équipage.

b) Mouvement amorti :

Dans ce cas $A \neq 0$ et la solution de l'équation différentielle peut présenter trois cas possibles :

1°) $\Delta' < 0$

Cas de faible amortissement ($\delta < \omega_0$). La solution prend alors la forme suivante :

$$\theta(t) = \theta_0 e^{-\delta t} \cos(\omega_a t + \phi_0) \quad (II.4)$$

où l'on a posé :

$$\omega_a = (\omega_0^2 - \delta^2)^{1/2} \quad (II.5)$$

qui représente la pseudo-pulsation et θ_a ainsi que ϕ_a sont des constantes déterminées à partir des conditions initiales.

$T_a = \frac{2\pi}{\omega_a}$ est appelée pseudo-période.

Dans le cas général, on a ($T_a > T_0$)

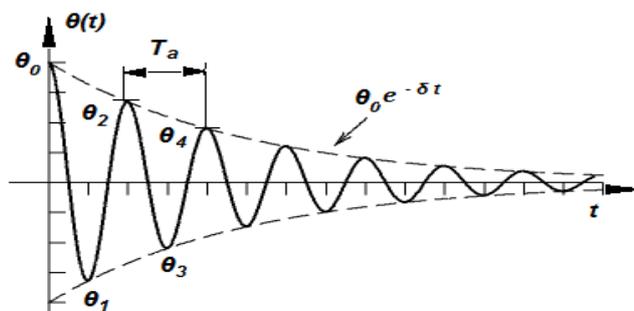


Figure II. 1 : Régime oscillatoire amorti ($\delta < \omega_0$).

L'amplitude de la courbe représentée sur la Fig-II.1. décroît exponentiellement avec un taux fixe défini à partir du rapport de deux élongations successives qui est toujours constant :

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{\theta_2}{\theta_3} = \dots = \frac{\theta_i}{\theta_{i+1}} = -e^{\frac{\delta T_a}{2}} \quad (II.6)$$

Le décrément logarithmique λ est défini comme étant le rapport de deux amplitudes successives du même côté. On aura alors :

$$\lambda = \log\left(\frac{\theta_i}{\theta_{i+2}}\right) = \log\left(\frac{\theta_i}{\theta_{i+1}}\right)^2 = 2\log\left|\frac{\theta_i}{\theta_{i+1}}\right| = \delta T_a \quad (II.7)$$

Donc : $\lambda = \delta T_a \quad (II.8)$

2°) $\Delta' > 0$

Cas de fort amortissement ($\delta > \omega_0$). L'équation caractéristique admet deux racines réelles et la solution générale s'écrira alors :

$$\theta(t) = \theta_b e^{-(\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t} + \theta_c e^{-(\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t} \quad (II.9)$$

où les constante θ_b et θ_c peuvent être déterminées à partir des conditions initiales.

Dans ce cas le mouvement de l'équation est dit : apériodique.

3°) $\Delta' = 0$

Cas d'amortissement critique ($\delta = \omega_0$). L'équation caractéristique admet une racine double et la solution générale peut alors être écrite sous la forme :

$$\theta(t) = \theta_b e^{-\delta t} (\theta_d \delta t + \theta_e) \quad (II.10)$$

où les constantes θ_d et θ_e sont aussi déterminées à partir des conditions initiales.

Le mouvement de l'équipage est dit : "mouvement apériodique critique" et est représenté (Fig-II.2) Ci-dessous par des courbes analogues à celles du cas précédent $\Delta' > 0$.

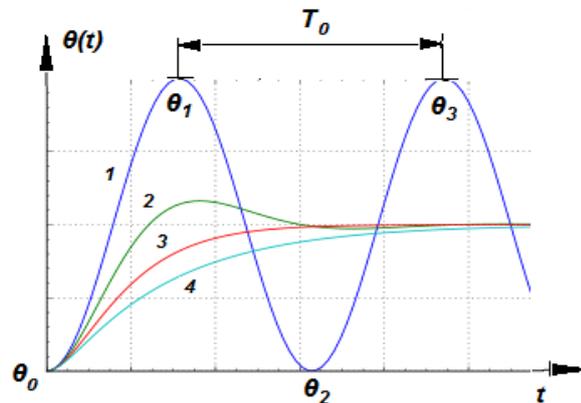


Figure II. 2 : Différentes courbe du retour à l'équilibre :

- 1-) courbe du régime oscillatoire propre, harmonique et non amorti, 2-) courbe du régime oscillatoire amorti, pseudopériodique si $(\delta < \omega_0)$, 3-) courbe du régime apériodique critique, $(\delta = \omega_0)$ et 4-) courbe du régime apériodique, si $(\delta > \omega_0)$.

La seule différence par rapport au mouvement apériodique est que : si on écarte l'équipage de sa position d'équilibre, c'est le mouvement apériodique critique qui, toute chose égale, le ramène le plus rapidement possible vers la position $\theta = 0$. On constatera qu'il suffit d'un temps $t = 1.5.T$ pour réduire le rapport $\theta_0/\theta_n = 10^3$.

c) calcul de la première amplitude θ_1 du mouvement de l'équipage :

Si, à l'instant initial, correspondant à la position $\theta = 0$, on lance l'équipage d'une vitesse $\dot{\theta}$, alors la première amplitude θ_1 est proportionnelle à cette vitesse initiale :

- Dans le cas du mouvement pseudopériodique, cette première amplitude vaut :

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_1 = \left(\frac{d\theta}{dt} \right)_0 \frac{T_a}{2\pi} \exp\left(-\frac{\lambda}{2\pi} \arctg \frac{2\pi}{\lambda} \right) = \dot{\theta}_1 \left(-\frac{\lambda}{2\pi} \arctg \frac{2\pi}{\lambda} \right) \\ \text{pour } \delta < \omega_0 \end{array} \right. \quad (\text{II.11})$$

où $\dot{\theta}_1 = \left(\frac{d\theta}{dt} \right)_0 \frac{T_a}{2\pi}$ correspond au cas où le mouvement non amorti.

- Dans le cas du mouvement apériodique critique $(\delta = \omega_0)$, cette première amplitude devient :

$$\theta_1 = \left(\frac{d\theta}{dt} \right)_0 \frac{T_a}{2\pi} \cdot \frac{1}{e} = \dot{\theta}_1 \cdot \frac{1}{e} \quad \text{pour } (\delta = \omega_0) \quad (\text{II.12})$$

- Dans le cas du mouvement apériodique, on aurait :

Page Manquante :

Nedjar Nouha

Note : 0

Page Manquante :

Nedjar Nouha

Note : 0

Page Manquante :

Nedjar Nouha

Note : 0

$$A(\omega_0^2 - \omega^2) = P\omega_0^2 \cos(\varepsilon - \gamma)$$

et

(II.23)

$$2A\delta\omega = P\omega_0^2 \sin(\varepsilon - \gamma)$$

D'où :

$$\frac{A}{P} = P\omega_0^2 [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\delta\omega)^2]^{-1/2}$$

et

(II.24)

$$\frac{A_{max}}{P} = P\omega_0^2 [2\delta(\omega_0^2 - \delta^2)]^{-1/2}$$

Pour $\omega^2 = (\omega_0^2 - 2\delta^2)$. Les courbes représentant l'amplitude $A(\omega)$ et la phase $(\varepsilon - \gamma)(\omega)$ en fonction de ω sont données par les figures II.15 et II.16 suivantes :

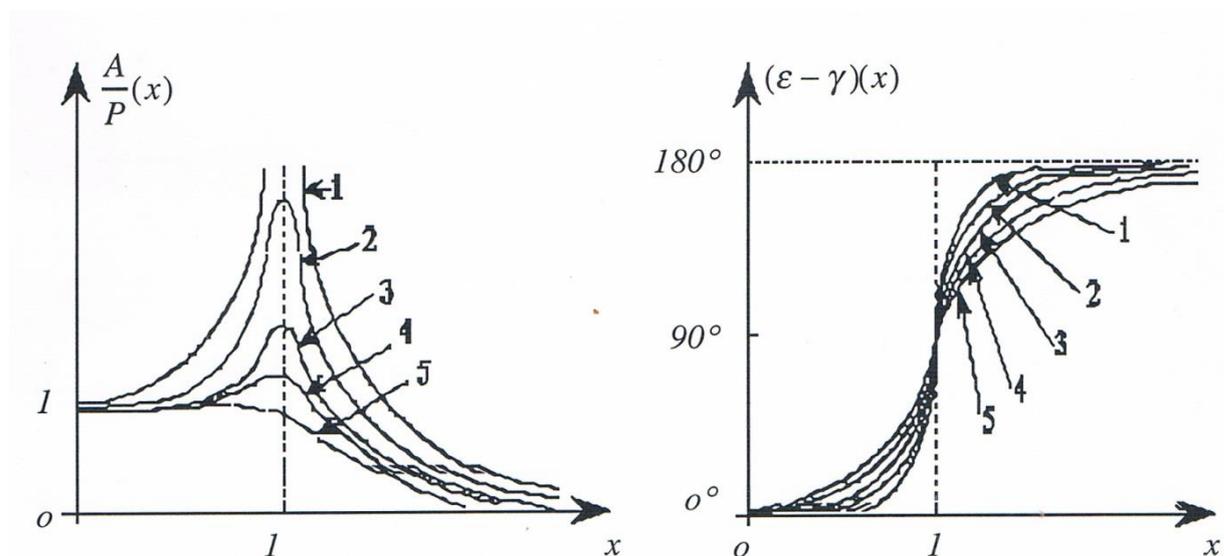


Figure II.5 : Taux d'amplitude en fonction de

Figure II.6 : Déphasage en fonction de x pour différentes valeurs de δ/ω_0 :

1) $\delta/\omega_0 = 0$; 2) $\delta/\omega_0 = 0,2$; 3) $\delta/\omega_0 = 0,3$; 4) $\delta/\omega_0 = 0,5$ et 5) $\delta/\omega_0 = 1$.

- Si $\omega_a > \omega_0$ le cadre reste immobile.
- Si $\omega_a < \omega_0$ les longueurs A et P sont égales.
- Si $\omega^2 = (\omega_0^2 - 2\delta^2)$ l'amplitude est maximale. On dit qu'il y a résonance. A_{max} et d'autant plus grand que δ/ω_0 est faible.

- Si ω et ω_0 sont voisines, la solution $\theta(t)$ devient représentative d'un mouvement sensiblement périodique, de période $T = 2\pi/\omega$ et l'amplitude varie lentement en fonction du temps.

- Si $\delta = 0$, cette amplitude possède une variation périodique de période $T' = 2\pi/(\omega_0 - \omega)$: c'est le phénomène de battement (voir Ch V. §.B.3).

- Si $\delta \neq 0$, les battements s'atténuent pour laisser place à l'oscillation forcée.

II-4. EXEMPLE D'ILLUSTRATIONS SUR LE CADRAN DE L'APPAREIL :

Un certain nombre d'indications permettant de donner les principaux renseignements relatifs à l'utilisation de l'appareil, sont inscrites sur le cadran de celui-ci. La figure (II-7) suivante donne une illustration de quelques exemples d'indications et les informations qu'elles en découlent :

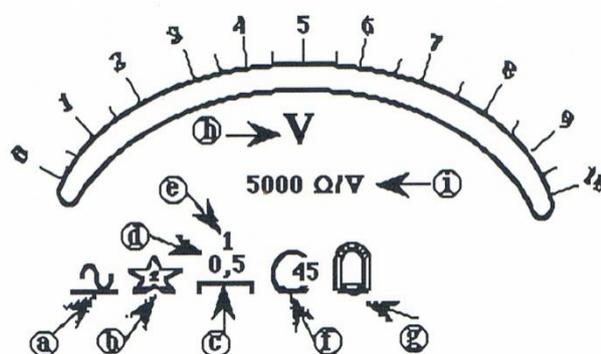


Figure II.7 : Exemple d'illustrations inscrites sur cadran d'appareil à aiguille.

Ces inscriptions signifient que :

- a) Cet appareil est prévu pour être utilisé en régime continu et alternatif.
- b) La tension d'isolement du diélectrique est de deux kilovolts (2 KV).
- c) La position d'utilisation correcte de l'appareil est la position horizontale.
- d) L'indice de classe en régime continu est de 0,5.
- e) L'indice de classe en régime variable (alternatif) est de 1.

Pour différencier ces deux indices, on inscrit généralement, en noir l'indice de classe qui correspond au régime continu et en rouge celui du régime alternatif. Dans le cas où la même couleur est utilisée on attribue l'indice le plus élevé au régime variable ($C_{\text{Continu}} < C_{\text{altetnatif}}$).

f) L'indication C45 est la référence à la norme définissant les spécifications techniques recommandées par la Commission électrotechnique Internationale (C.E.I), article 45 100.

g) Cet appareil est de type magnétoélectrique avec redresseur.

h) L'appareil est un voltmètre.

i) La valeur indiquée représente la résistance spécifique (caractéristique) qui est exprimée en $[\Omega/V]$.

La résistance interne qui correspond à un calibre déterminé C_a s'obtient en multipliant ce calibre par la résistance caractéristique ($R_i = R_{sp} \cdot C_a$).

Chapitre III

Exemples d'appareils de mesure

III-I. APPAREILS MAGNÉTOÉLECTRIQUES :

A- Galvanomètre à cadre mobile :

On utilise les galvanomètres pour mesurer les courants très faibles ($< 1 \mu A$). Pour les courants ayant des intensités plus élevées, on fait appel aux ampèremètres qui ne diffèrent de ceux-ci que par des détails techniques.

A-1. Principe de fonctionnement :

Un galvanomètre G à cadre mobile comprend essentiellement un circuit mobile parcouru par un courant à mesurer placé dans un champ magnétique fixe. On oppose aux actions magnétiques développées, des forces antagonistes de nature mécanique. Sous l'effet de l'ensemble, l'équipage mobile atteint une position d'équilibre. En pratique, le mouvement est toujours une rotation autour d'un axe fixe. L'angle de rotation θ entre les deux positions d'équilibre initiale et finale (en l'absence et en présence du courant respectivement) est fonction de l'intensité.

A-1.1. Le champ magnétique :

Le champ magnétique est créé par un aimant permanent en forme de U (fig-III.1), dont les pièces polaires N et S sont des portions d'un cylindre. On dispose entre elles un cylindre en fer doux, laissant un entrefer de l'ordre du millimètre.

Dans le fer doux, les lignes de champ sont rectilignes et parallèles (fig-III.2), alors qu'elles sont perpendiculaires à la surface latérale du cylindre en tout point de l'entrefer. L'intensité du champ magnétique \vec{B} pour les appareils d'utilisations courantes peut atteindre le tesla.

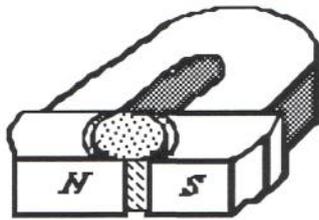


Figure III.1 : Circuit magnétique constitué d'un aimant permanent en forme de U

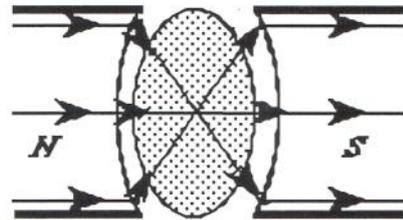


Figure III.2 : Forme de ligne de champ dans l'entrefer et le fer doux.

A-1.2. L'équipage mobile :

Le cadre mobile est constitué d'un enroulement de forme rectangulaire d'un fil composé d'un alliage de cuivre amagnétique émaillé (fig-III.3). Les dimensions du cadre sont choisies dans l'ordre des dimensions suivantes : hauteur : $b \approx 25 \text{ mm}$; largeur : $a \approx 10 \text{ mm}$; nombre de spires : $n \approx 200$ à 300 faites d'un fil de diamètre : $\Phi \approx 3$ à $20/100$ du millimètre et de moment d'inertie : $J \approx 10^{-8} \text{ Kg m}^2$.

Le cadre est suspendu par un fil de torsion en forme de ruban conducteur plat caractérisé par les grandeurs suivantes : Hauteur : $Z \approx 20 \text{ mm}$; largeur : $a' \approx 0,2$ à $0,5 \text{ mm}$; épaisseur : $e \approx 3$ à $4/100$ du millimètre et sa constante de torsion : $C \approx 4 \cdot 10^{-8} \text{ N.m.rd}^{-1}$.

Un petit miroir concave M rigidement fixé sur l'axe du cadre donne d'une source lumineuse une image sur une règle graduée.

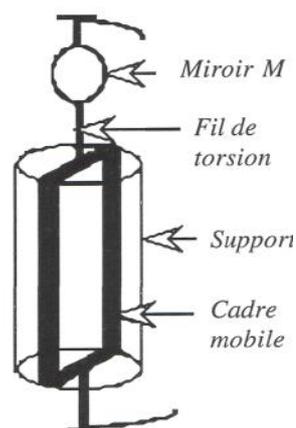


Fig-III.3. Cadre mobile disposé sur un support de forme cylindrique isolant.

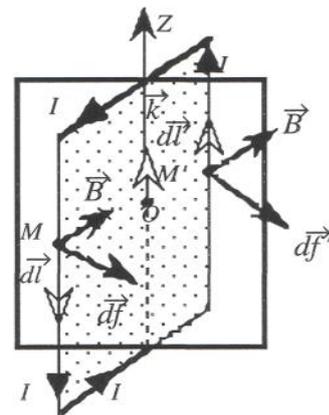


Fig-III.4. Représentation du couple moteur qui agit sur le cadre mobile.

A-2. Bilan des couples exercés sur le cadre :

A-2.1. Le couple électromagnétique :

Des éléments de courants \overrightarrow{Idl} et \overrightarrow{Idl}' pris autour des points M et M' des brins verticaux (Fig-III.4) sont soumis à des forces de vecteurs :

$$\overrightarrow{df} = \overrightarrow{Idl} \otimes \vec{B} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{df}' = \overrightarrow{Idl}' \otimes \vec{B} \quad (\text{III.1})$$

Les moments par rapport à \overrightarrow{Oz} des forces (M, \overrightarrow{df}) et $(M', \overrightarrow{df}')$ sont :

$$dm_z = \overrightarrow{OM} \otimes \overrightarrow{df} \cdot \vec{k} = IB \frac{a}{2} dl \quad \text{et} \quad dm_z' = \overrightarrow{OM}' \otimes \overrightarrow{df}' \cdot \vec{K} = IB \frac{a}{2} dl' \quad (\text{III.2})$$

En sommant sur la longueur b de chaque brin et pour les N spires, on obtient :

$$m_z = IB(a/2)bN \quad \text{et} \quad m_z' = IB(a/2)bN \quad (\text{III.3})$$

Or : $a.b = s$ et $B.s = \Phi_0$ est le flux dans une spire. Donc, le couple moteur électromagnétique Γ_m a pour expression :

$$\Gamma_m = \Phi_0 I \quad (\text{III.4})$$

A-2.2. Le couple de freinage induit :

Si on excite le cadre par un courant continu I_0 , il commence à tourner et change de position d'équilibre. Pendant cette phase transitoire du mouvement qui sépare l'état initial ($t_i = 0 : \Theta_i = 0$) et l'état final ($t_f = t : \Theta_f = \Theta_e$), le cadre en raison de son mouvement dans un champ magnétique, débite un courant induit i (loi de Lenz) dans le circuit électrique.

Si on suppose que ce circuit est composé de la résistance interne r_g du cadre, en série avec une certaine résistance r interne du générateur de f.e.m induite e .

Page Manquante :

AZRI Asma

Note : 0

Page Manquante :

AZRI Asma

Note : 0

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = -C\theta - h \frac{d\theta}{dt} - \frac{\phi_0^2}{(r_g + r)} \frac{d\theta}{dt} + I\phi_0 \Rightarrow J \frac{d^2\theta}{dt^2} + C\theta + \left(h + \frac{\phi_0^2}{(r_g + r)} \right) \frac{d\theta}{dt} + C\theta = \phi_0 I \quad (\text{III.12})$$

Dans la majorité des appareils usuels, on peut admettre que le coefficient des frottements fluides h est négligeable devant le coefficient d'amortissement dû au courant i . Ce qui permet d'écrire l'équation précédente (III.12) sous la forme :

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(\frac{\phi_0^2}{(r_g + r)} \right) \frac{d\theta}{dt} + C\theta = \phi_0 I \quad (\text{III.13})$$

A l'équilibre, les grandeurs qui varient avec le temps t deviennent nulles. On aura alors :

$$C\theta_e = \phi_0 I \quad (\text{III.14})$$

où θ_e est la position finale de l'équipage mobile.

Si on pose :

$$A = h + \left(\frac{\phi_0^2}{(r_g + r)} \right) = \left(\frac{\phi_0^2}{(r_g + r)} \right) \quad (\text{III.15})$$

L'équation (III.13) devient :

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + A \frac{d\theta}{dt} + C\theta = C\theta_e \quad (\text{III.16})$$

qu'on peut mettre encore sous la forme :

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{2k}{\omega_0} \frac{d\theta}{dt} + \theta = \theta_e \quad (\text{III.17})$$

$$\text{avec } \omega_0^2 = \frac{C}{J} \quad \text{et } k = \sqrt{\frac{A^2}{4JC}}$$

L'allure de la fonction $\theta_e = f(t)$ dépend du signe du discriminant de l'équation caractéristique (III.18) suivante :

$$\frac{1}{\omega_0^2}x^2 + \frac{2k}{\omega_0}x + 1 = 0 \quad (\text{III.18})$$

dont Δ devient égale à :

$$\Delta = \left(\frac{\phi_0^2}{(r_g + r)} \right)^2 - 4JC \quad (\text{III.19})$$

qui, selon le signe de Δ , peut se présenter avec les trois régimes suivants :

a) Régime oscillatoire amorti ($K < 1$) :

Le mouvement du cadre sera régi par la solution suivante :

$$\theta(t) = \theta_e \left[1 - e^{-\delta t} \left(\cos \omega_a t + \frac{\delta}{\omega_a} \sin \omega_a t \right) \right] = \theta_e \left[1 - \frac{e^{-\delta t}}{\cos \varphi} \right] (\cos \omega_a t - \varphi) \quad (\text{III.20})$$

avec : $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\delta}{\omega_a}$. On en déduit :

$$\frac{d\theta}{dt} = \theta_e \frac{1 + \left(\frac{\omega_a}{\delta} \right)^2}{\left(\frac{\omega_a}{\delta} \right)^2} e^{-\delta t} \sin \omega_a t \quad (\text{III.21})$$

Le décrétement logarithmique sera alors :

$$\lambda = \delta T_a = 2\pi \left(\frac{4JC}{A^2} - 1 \right)^{-1/2} \quad (\text{III.22})$$

Dans la pratique, on recherche le régime oscillatoire amorti où $\omega_a^2 = \omega_0^2 - \delta^2$, mais avec un nombre d'oscillations réduit. On a ce qu'on appelle l'amortissement optimum lorsque $k = \frac{1}{\sqrt{2}}$, ce qui correspond à : $T_a = \frac{T_0}{\sqrt{2}}$

b) Régime apériodique ($k > 1$)

Le mouvement du cadre obéit à la solution suivante :

Page Manquante :

Adjissaa yasser

Note : 0

Page Manquante :

Adjissaa yasser

Note : 0

Avec $\Phi_0 = NabB$.

Alors, on doit soit :

i) faire augmenter Φ_0 : or, cette solution implique l'augmentation de N ou de b , qui fait augmenter J et par conséquent fait augmenter C , d'où la diminution de σ_0 . Si on augmente a , alors les pôles de l'aimant N et S doivent s'écartier d'avantage, ce qui fait diminuer B . Par conséquent, le véritable moyen permettant de faire augmenter Φ_0 tient dans l'emploi l'aimant à forte aimantation rémanente.

ii) ou faire diminuer C : on obtient comme résultat des fils de suspension fragiles et une période plus grande. Cette solution est à écarter.

iii) ou faire augmenter D : dans ce cas, on choisit pour D des distances comprises entre 25 à 50 cm, pour éviter l'encombrement. Au-delà de ces distances, l'image devient plus large et son repérage sera plus délicat. Toutes ces considérations conduisent à adopter un compromis très précis pour le choix des caractéristiques des constituants des galvanomètres qu'on veut construire.

Si nous voulons garder la définition générale de la sensibilité $\sigma = d\theta/di$, qu'on va essayer d'appliquer sous la forme approchée : $\sigma = \theta/I$, il est souvent utile de l'exprimer en fonction des paramètres accessibles à la mesure :

$$\sigma = \sqrt{\frac{R_{CE}T_0^3}{2\pi^3 J}} \quad (\text{III.28})$$

En supposant que r_g est suffisamment négligeable.

B. Ampèremètre à cadre mobile :

Pour mesurer les intensités qui dépassent les dizaines de microampères, on doit faire appel aux ampèremètres qui sont des dérivés du galvanomètre à cadre mobile. Cette fois-ci, le cadre n'est pas suspendu, mais supporté par deux pivots. L'appareil peut fonctionner dans toutes les positions, le couple de rappel est produit par des ressorts spiraux servant également à l'amené du courant. Les rotations sont indiquées par une aiguille légère fixée à l'équipage mobile et se déplace devant un cadre muni d'une échelle graduée.

B-1. Structure électrique :

En réalité, un ampèremètre est construit à partir d'un galvanomètre G de résistance interne r_g et d'une résistance prise égale à la résistance critique extérieure R_c ,

branchée en parallèle sur r_g . Cette résistance R_c Est fractionnée en plusieurs parties appelée résistance shunt R_s (Fig-III.8 et 9) ci-dessous.

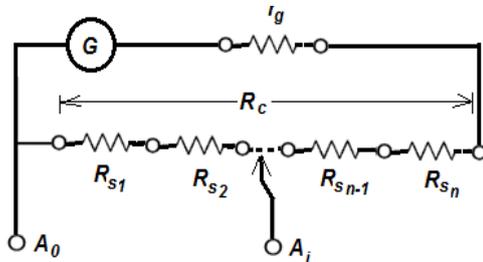


Fig. III.8. Structure électrique simplifiée d'un ampèremètre multi-calibres.

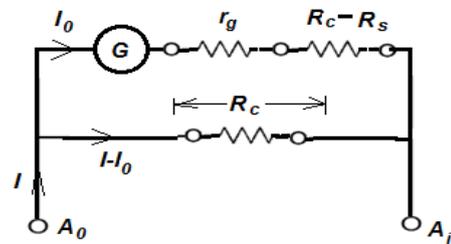


Fig. III.9. Schéma équivalent de l'ampèremètre en fonctionnement.

Chaque résistance shunt R_{s_i} est munie d'une prise extérieure A_i définissant le calibre. Avec ce cas de la Figure, la résistance parallèle à r_g devient celle qui se trouve entre la borne commune A_0 et la prise calibre A_i ; le reste devient en série avec r_g . La résistance interne R_i de l'ampèremètre est la résistance équivalente :

$$R_i = \frac{R_s [r_g + (R_c - R_s)]}{r_g + R_c} \cong R_s \quad (\text{III.29})$$

R_s est petite devant $r_g + R_c$ pour les petits calibres.

Si on veut mesurer un courant continu I par l'ampèremètre, il passe dans le galvanomètre le courant I_0 , qui s'écrit sous la forme :

$$I_0 = I \frac{R_s}{r_g + R_c} = \alpha I \quad (\text{III.30})$$

Donc, on voit que I et I_0 sont proportionnels. La constante de proportionnalité α est, bien entendu prise en compte lors de la graduation de l'échelle.

B.2. Equation de mouvement du cadre de l'ampèremètre :

En choisissant pour le régime transitoire, le cas d'amortissement critique, en prenant $r = R_c$, le facteur d'amortissement $\phi^2_0 / (r_g + R_c)$ devient indépendant de R_s . Donc, l'équation du mouvement du cadre appliquée à l'ampèremètre devient :

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(h + \frac{\theta_0^2}{(r_g+r)} \right) \frac{d\theta}{dt} + C\theta = \theta_0 I_0 = \frac{\theta_0 R_s}{r_g+R_c} I = \theta_0 I \quad (\text{III.31})$$

B-3. Étude de la sensibilité :

Quand le cadre atteint sa position d'équilibre θ_e on peut écrire :

$$C\theta_e = \frac{\theta_0 R_s}{r_g+R_c} I \quad (\text{III.32})$$

et en posant : $\sigma = \frac{\theta_e}{I}$ et $\sigma_0 = \theta_0/C$

on en déduit :

$$\sigma = \sigma_0 \frac{R_s}{r_g+R_c} \quad (\text{III.33-a})$$

De plus, si on admet que $R_i = R_s$, la résistance interne de l'ampèremètre R_i devient directement proportionnelle à la sensibilité σ :

$$R_i = (r_g + R_c) \frac{\sigma}{\sigma_0}$$

C- Le voltmètre à cadre mobile :

D'une manière analogue à celle adoptée pour la construction des ampèremètres, les mêmes conditions concernant les caractéristiques du galvanomètre restent valables pour la construction des voltmètres.

C-1. Structure électrique :

Un voltmètre comprend essentiellement un galvanomètre G à cadre mobile de résistance interne r_g aux bornes duquel est disposé en parallèle une résistance égale à la résistance critique extérieure R_c .

En série avec cet ensemble, est placée une résistance généralement élevée (fig.III.10), que l'on peut mettre en service, en totalité ou en partie.

On désigne par R la résistance de la portion utilisée (fig-III.11).

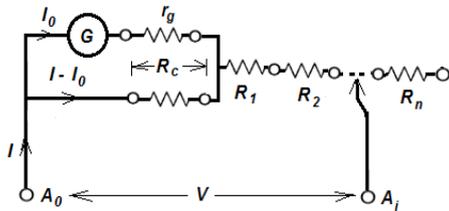


Fig.III.10. Structure électrique simplifiée d'un voltmètre multi-calibres

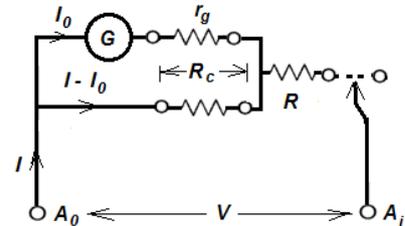


Fig.III.11. Schéma équivalent du voltmètre en fonctionnement.

La résistance interne R_v du voltmètre est la résistance équivalente :

$$R_v = R + \frac{r_g R_c}{r_g + R_c} \cong R \quad (R \gg r_g \text{ et } R_c) \quad (\text{III. 34})$$

Si, on veut mesurer une tension V par le voltmètre, cette tension engendre le passage d'un courant I dans le circuit du voltmètre et un courant I_0 dans celui du galvanomètre G :

$$I = \frac{v}{R_v} \text{ et } I_0 = I \frac{R_c}{r_g + R_c} = \left[\frac{1}{R_v} \frac{R_c}{r_g + R_c} \right] \cdot V \quad \text{avec } R_v \cong R \quad (\text{III. 35})$$

C-2. Equation de mouvement du cadre du voltmètre:

En gardant les mêmes paramètres déjà choisi pour le cas de l'ampèremètre, l'équation de mouvement du cadre appliquée au voltmètre devient :

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(h + \frac{\phi_0^2}{(r_g + r)} \right) \frac{d\theta}{dt} + C\theta = \phi_0 I_0 = \phi_0 \left[\frac{R_c}{R_v(r_g + R_c)} \right] \cdot V \quad (\text{III. 36})$$

C-3. Étude de la sensibilité σ :

À l'équilibre, la position θ_e atteinte par cadre du voltmètre sera donnée par :

$$\theta_e = \frac{\phi_o}{C} \left[\frac{R_C}{R_v (r_g + R_C)} \right] V \quad (\text{III.37})$$

et en posant : $\sigma_o = \phi_o / C$ et $\sigma = \theta_o / V$ on en déduit :

$$\sigma = \sigma_o \left[\frac{R_C}{R_v (r_g + R_C)} \right] \quad (R_v \cong R) \quad (\text{III.38})$$

On constate que, par le choix de R , on peut obtenir plusieurs sensibilités de l'appareil.

Pratiquement, on n'utilise que quelques valeurs de R (4 à 6) ; à chacune d'elle correspond une sensibilité σ et une tension V_o qui fait dévier l'aiguille sur l'étendue totale θ_m de la graduation.

$$\sigma = \frac{\theta_m}{V_o} \quad (\text{III.39})$$

V_o est appelé le calibre du voltmètre correspondant à la sensibilité σ , qui est donc, inversement proportionnelle au calibre.

C-4. Mesure :

En électricité, les grandeurs à mesurer sont : soit des grandeurs continues, soit variables avec le temps (en général périodiques, mais peuvent ne pas être sinusoïdales). De façon générale, on définit les valeurs moyennes G_m et efficace G_{eff} d'une grandeur périodique $G(t)$ de période T par :

$$G_m = \frac{1}{T} \int_0^T G(t) dt \quad \text{et} \quad G_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T G^*(t) G(t) dt} \quad (\text{III.40})$$

Le principe des appareils magnétoélectriques montre que le couple moteur est proportionnel à la grandeur à mesurer. La détermination de l'espacement entre divisions d'une échelle donnée, dépend justement de ce coefficient de proportionnalité. Comme certains de ces appareils mesurent une valeur moyenne, pour d'autres, c'est plutôt c'est la valeur efficace qui est mesurée. Comme pour les appareils thermiques,

cette valeur mesurée devient effectivement la valeur efficace, car c'est son carré qui intervient dans l'expression du couple moteur, ou même pour d'autre, elle peut être la valeur maximale, comme c'est le cas pour les voltmètres de crête à diode.

Cependant, ce qu'il faut retenir, c'est que : quelle que soit la grandeur qui intervient dans le principe de fonctionnement d'un appareil électrique, l'étalonnage est réalisé en courant alternatif sinusoïdal et les graduations indiquent le plus souvent des valeurs efficaces.

Pour le cas des appareils magnétoélectriques, où le couple moteur est proportionnel à $G(t)$, un calcul simple montre que la grandeur mesurée est G_m , valeur moyenne de $G(t)$, qui correspond au terme constant du développement en série de Fourier. Le problème est pour beaucoup de signaux utilisés en électricité, $G_m = 0$ (grandeurs alternative). Donc, ces appareils ne peuvent pas toujours donner une indication utilisable pour la connaissance de $G(t)$ quand $G_m = 0$.

Pour éviter ce problème, on doit associer au circuit de mesure un ou plusieurs redresseurs pour que l'appareil puisse donner une indication sur la valeur moyenne mesurée de la grandeur redressée à une alternance (fig.III.12) ou à deux alternances (fig.III.13). Dans ce cas, l'échelle de mesure sera différente de celle utilisée en courant continu.

C-4.1. Exemple d'une grandeur sinusoïdale redressée à une alternance :

$$G(t) = \begin{cases} G_M \sin(\omega t) & 0 \leq t \leq T/2 \\ 0 & T/2 \leq t \leq T \end{cases}$$

$$\begin{aligned} G_m &= \frac{1}{T} \int_0^T G(t) dt = \\ &= \frac{1}{T} \left[\int_0^{T/2} G_M \sin(\omega t) dt + \int_{T/2}^T 0 dt \right] \\ &= \frac{G_M}{\pi} \end{aligned}$$

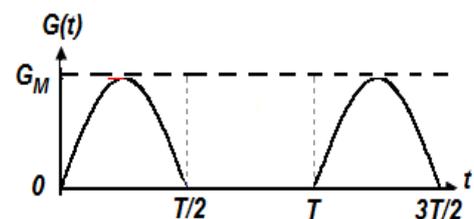


Fig. III.12. Cas du redressement mono-alternance

Par conséquent, comme l'appareil mesure $G_m = \frac{G_M}{\pi}$, alors qu'on lit réellement la valeur efficace, soit :

Page Manquante :

Belamri Roumayssa

Note : 0

Page Manquante :

Belamri Roumayssa

Note : 0

D. L'ohmmètre à cadre mobile :

L'ohmmètre à cadre mobile est utilisé pour la mesure directe des résistances. Généralement, la gamme mesurable est comprise entre quelques ohms et une dizaine de méga-ohms. Dans la plupart des cas, les constructeurs intègrent la fabrication de tout les appareils qui dérivent du galvanomètre (ampèremètre, voltmètre, ohmmètre) en un seul bâti qu'on appelle "multimètre".

D.I. Structure électrique :

En réalité, un ohmmètre est construit à partir d'un milliampèremètre dont la graduation du cadran est faite en résistance. Donc, il doit nécessairement comprendre un galvanomètre G de résistance interne r et d'une résistance prise égale à la résistance critique extérieure R_c , branchée en parallèle sur r_g . Cette résistance R_c est fractionnée en plusieurs parties appelée résistance shunt R_s et qui permet de l'utiliser en plusieurs calibres (Figure III.13-a et III.13-b) ci-dessous. Chaque résistance shunt R_s est munie d'une prise extérieure A_i définissant le calibre. Avec ce cas de figure, la résistance parallèle à r devient celle qui se trouve entre la borne commune A_0 et la prise calibre A_i ;

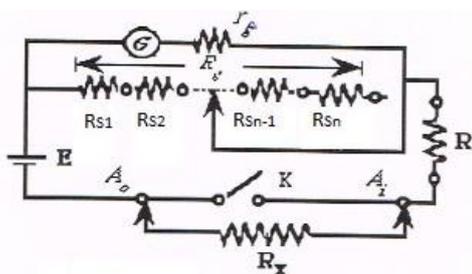


Figure III.13-a : Structure électrique simplifiée d'un ohmmètre à calibres multiples.

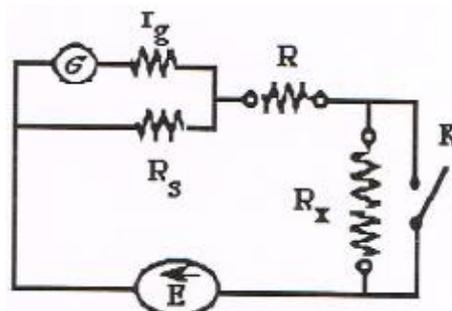


Figure III.13-b : Schéma équivalent de l'appareil en fonctionnement.

Le circuit est alimenté par une pile de f.e.m E_0 dont on suppose que la valeur est relativement constante. En série avec l'alimentation et le milliampèremètre, on place une résistance additionnelle de forte valeur R et la résistance à mesurer R_x .

D-2. Mesure :

Avant de faire les mesures, on doit tout d'abord procéder à l'étalonnage de l'échelle de l'appareil en effectuant les deux tests suivants :

i) On court-circuite les deux bornes A_a et A_i . (Résistance R_x à mesurer nulle), la déviation de l'aiguille doit couvrir la pleine échelle du cadran. Donc, le zéro de l'échelle devient contrairement aux appareils déjà vus précédemment à l'extrémité du côté droit du cadran.

ii) on laisse les deux bornes A_a et A_i à l'état de circuit ouvert (résistance R_x à mesurer infinie), le courant qui passe dans le cadre de l'appareil devient nul et l'aiguille doit se positionner à l'extrémité gauche du cadran marquée par l'indication (∞). Naturellement, les valeurs mesurées des résistances doivent être comprise dans l'intervalle $[0 ; \infty]$.

Dans la pratique, le problème major des ohmmètres reste l'usure de la pile d'alimentation où la *f.e.m* E , peut décroître d'une valeur initiale E_a à une valeur minimale E_{min} (= 50 % de E_0). Cette diminution de la tension d'alimentation rend la graduation de l'appareil dépendante de E .

Pour éviter ce problème, au moins dans un certain intervalle limite $[E_{min} ; E_0]$, on doit shunter le milliampèremètre par une résistance variable R_s . Nous devons s'assurer par la suite que l'introduction de cette résistance shunt R_s ne doit pas produire une variation importante de la résistance intérieure R_i du milliampèremètre devant la résistance additionnelle R . Et comme, on est toujours obligé avant chaque mesure, de régler R_s de telle sorte que, la résistance R_x étant court-circuitée, l'aiguille atteigne la déviation pleine échelle qu'on va noter N (0Ω correspond donc à la déviation N). Nous pouvons alors calculer le domaine de variation R_s qui permet ce réglage.

Donc, tant que la *f.e.m* E est comprise dans l'intervalle $[E_{min} ; E_0]$, on aura un courant de court-circuit :

$$I_{cc} = \frac{E_0}{R + \frac{r_g R_s}{r_g + R_s}} \quad (\text{III.40-a})$$

Le courant dans le cadre de l'appareil sera alors :

$$I_0(N) = I_{cc} \frac{R_s}{r_g + R_s} = \frac{E_0}{R + \frac{r_g R_s}{r_g + R_s}} \cdot \frac{R_s}{r_g + R_s} = \frac{E_0 R_s}{R_s (r_g + R_s) + R r_g} \quad (\text{III.40-a})$$

La résistance intérieure R_s sera alors égale :

$$R_s = \frac{Rr_g I_0(N)}{E_0 - (r_g + R_s)I_0(N)} \quad (\text{III. 40 - c})$$

Elle sera comprise dans l'intervalle :

$$R_s \in \left[\frac{Rr_g I_0(N)}{E_0}, \infty \right] \cong [r_g; \infty] \quad (\text{III. 40 - d})$$

Donc, R_s peut alors varier de r_g à R_∞ , mais placée en parallèle avec r_g permet d'avoir une résistance intérieure R_i du D milliampèremètre qui varie de $0,5 r_g$ à r_g ; c'est-à-dire d'environ 50%. On choisit alors, pour la résistance additionnelle R une valeur très forte de telle sorte que la variation de quelques dizaines d'ohms de la résistance intérieure du milliampèremètre ne représente que l'ordre de 1 ou 2% de la valeur de R . Cet ordre de précisions est généralement plus qu'acceptable pour un ohmmètre d'utilisations courantes.

Le courant dans le cadre de l'appareil, une fois ces considérations pris en compte sera donné par la relation approchée suivant :

$$I_0(N) = \frac{E_0 R_s}{(R + r_g)(R_s + r_g)} \quad (\text{III. 40 - e})$$

Quand on place la résistance R_x dans le circuit de mesure, on aura dans le cadre un courant qui provoque une déviation de n division de l'aiguille. $I(n)$, sera alors donné par :

$$I(n) = \frac{E_0}{R_x + (r_g + R)} \frac{R_s}{(r_g + R_s)} \quad (\text{III. 40 - f})$$

On sait aussi que :

$$R_x = (r_g + R) \left[1 - \frac{I(n)}{I_0(N)} \right] = (r_g + R) \left[1 - \frac{n}{N} \right] \cong R \left[1 - \frac{n}{N} \right] \quad (\text{III. 40 - g})$$

On voit que, pour et pour $n = N$, $R_x = 0$ et pour $n = 0$, $R_x = R + r_g \approx R$ ce qui limite le domaine des résistances R_x que l'appareil peut mesurer à celle comprises dans l'intervalle $[0 ; R]$. Il faut remarquer que, dans la relation (III. 40 - g) le sens croissant des valeurs de n est pris de gauche vers la droite, alors que l'échelle en Ω est graduée de droite à gauche.

III.2. APPREILS ELECTRODYNAMIQUES :

A- Le wattmètre électrodynamique en régime continu :

A-1. Structure interne :

On utilise le wattmètre pour mesurer la puissance électrique définie par le produit d'une tension U par une intensité de courant I . Pour réaliser cet objectif, on fait intervenir le principe fondé sur les actions exercées entre elles par deux bobines parcourus par des courants, l'un fixe qui représente le circuit courant (C_i) (fig.III.14) et l'autre mobile qui représente le circuit tension (C_u) (fig .III.15).

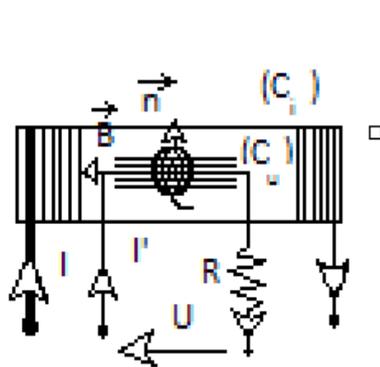


Fig.III.14 Circuit courant (C_i) du wattmètre représenté par la grande bobine

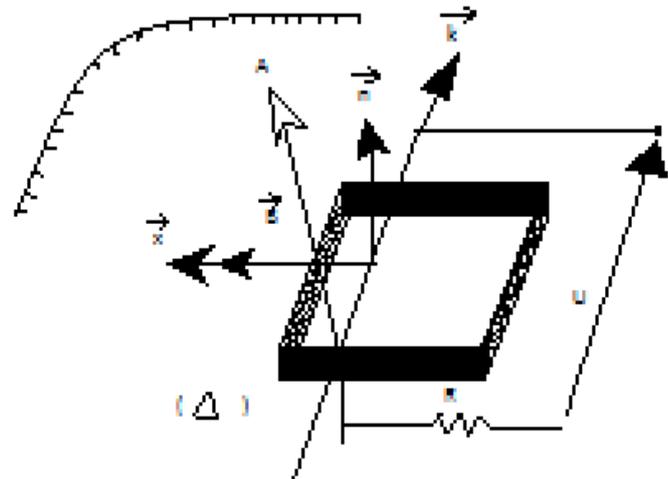


Fig.III.15.Circuit tension (C_u) identique à celui d'un ampèremètre.

A-1.2. Le circuit courant (C_i) :

Ce circuit est constitué par une bobine fixe (C_i) comportant N spires d'un fil de diamètre gros pour supporter les forts courant ($nI \cong 100$ à 300). Le champ magnétique au centre est donné par :

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{n}{L} I \cdot \vec{x} = \alpha I \cdot \vec{x} \quad [\text{en Tesla T}] \quad (\text{III. 41})$$

où : $\alpha = \mu_0 \frac{n}{L}$, avec ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$) et L est la longueur totale de la bobine courant (C_i).

A-1.3. Le circuit tension (C_u) :

Ce circuit comprend une bobine de dimensions réduites par rapport à la bobine courant et est placée au centre-ci .Elle comporte un nombre important de spires de fil fin, avec lequel on associe en série, une résistance élevée R . Le mouvement de rotation se fait autour d'une axe (Δ) normale à, muni de deux pivots ; d'un ressort spiral créant le couple de rappel et d'une aiguille indicatrice associée à un cadran gradué.

Le courant I' qui traverse la bobine tension a l'expression suivante :

$$I' = \frac{U}{R+r_g} \cong \frac{U}{R} \quad \text{ou } R \gg r_g \quad (\text{III. 42})$$

La présence de ce courant I' en même temps que \vec{B} fait apparaitre sur cette dernière un couple moteur $\vec{\Gamma}_m$ donné par :

$$\Gamma_m = nI' \cdot ab \cdot B \cdot \sin \theta = nI' \cdot s \cdot B \cdot \sin \theta \quad (\text{III. 43})$$

Si on pose $m = nI' \cdot s$, cette constante qu'on va appeler par la suite moment magnétique sera l'une des caractéristiques qui schématise le cadre de l'appareil.

Le moment magnétique se mesure en $[m^2 \cdot A]$. On en fait un vecteur (\vec{m}) porté par la normale au plan (*fig. III. 16*) et sortant par la face nord. On peut alors écrire :

$$\vec{m} = nI'k \Rightarrow \vec{m} = nI' \cdot ab \cdot \vec{k} = \left(\frac{nab}{R}\right) \cdot U \cdot \vec{k} \quad (\text{III. 44})$$

d'où: $\alpha' = \left(\frac{nab}{R}\right)$, qui représente une constant ne de pendant que des paramètres physiques de la bobine tension.

Le couple moteur qui lui acquiert un mouvement de rotation autour de (Δ) est alors donné par :

$$\Gamma_m = m \cdot B \cdot \sin \theta \Rightarrow \vec{\Gamma}_m = \vec{m} \otimes \vec{B} \quad (\text{III. 45})$$

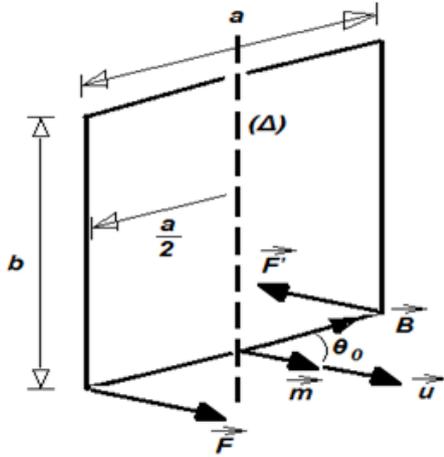


Fig-III.16. Représentation du moment magnétique \vec{m} normal au plan du cadre.

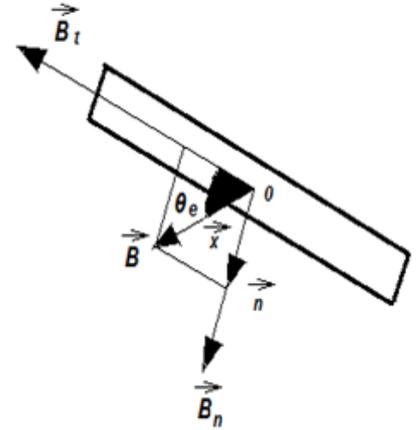


Fig-III.17 Décomposition du vecteur \vec{B} en composante active et inactive.

A.2. Fonctionnement du wattmètre :

La forme de l'équation du mouvement de la bobine tension (C_u), autour de l'axe (Δ) est comparable à celle du cadre étudié précédemment :

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(\frac{\phi_0^2}{(r_g+r)} \right) \frac{d\theta}{dt} + C\theta = J \frac{d^2\theta}{dt^2} + A \frac{d\theta}{dt} + C\theta = \Gamma_m \quad (\text{III. 46})$$

où Γ_m est le couple moteur.

Pour le calculer à partir de la relation (III. 45) :

$$\Gamma_m = m \cdot B \cdot \sin \theta \quad \Rightarrow \quad \Gamma_m = \vec{m} \otimes \vec{B} \quad (\text{III. 45})$$

On doit tenir compte de la nature du champ magnétique B qui n'est uniforme en tout point à l'intérieur de la bobine courant (C_u) (Fig-III.17). En position d'équilibre θ_e , les couples antagonistes présents conditionnent l'établissement d'équilibre ou $\vec{\Gamma}_m$ devient égale à :

Page Manquante :

Mohamed Fal

Note : 0

Page Manquante :

Mohamed Fal

Note : 0

B-1.2. Puissance moyenne :

Par définition, la puissance moyenne P_m est donnée par :

$$P_m = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{U_0 I_0}{2} \cos \varphi = UI \cos \varphi \quad (\text{III.53})$$

où : $U_0 = \sqrt{2} \cdot U$; $I_0 = \sqrt{2} \cdot I$ et $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ et les grandeurs (U, I) représentent des valeurs efficaces.

$\cos \varphi$: est appelé le facteur de puissance ;

$U \cdot I$: représente la puissance apparente exprimée en [V, I] et,

$U \cdot I \cos \varphi$: représente la puissance moyenne, communément appelée puissance active et exprimée en watts [W]

B-1.3. Puissance complexe :

Si \bar{U} et \bar{I} deviennent des grandeurs complexes et \bar{I}^* le conjugué de \bar{I} , on appelle puissance complexe P^- , le nombre complexe donné par :

$$P^- = \frac{1}{2} \bar{U} \bar{I}^* \quad (\text{III.54})$$

En connaissant que :

$$\bar{U} = \sqrt{2} U e^{j\varphi(u)} ; \bar{I} = \sqrt{2} I e^{j\varphi(i)} \quad \bar{I}^* = \sqrt{2} I e^{-j\varphi} \quad \text{et} \quad \varphi = \varphi_u - \varphi_i \quad (\text{III.54-a})$$

Et comme la puissance complexe est donnée par :

$$P^- = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi \quad (\text{III.54-b})$$

où : $P_m = \text{R}(P^-) = UI \cos \varphi$ est la puissance moyenne qu'on mesure avec un wattmètre [W].

Et : $P_r = \text{Im}(P^-) = UI \sin \varphi$ représente la puissance réactive qu'on mesure avec un varmètre [VAR].

B-2. Principe de fonctionnement :

En régime sinusoïdale, le couple moteur Γ_m appliqué à la bobine (C_u) est de la forme :

$$\Gamma(t) = \alpha\alpha' u(t) i(t)_m \quad (\text{III.56})$$

Tant que ($\theta_e \leq 10^\circ$), l'équation de mouvement de cette bobine est :

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + A \frac{d\theta}{dt} + C\theta = \Gamma_m \quad (\text{III.57-a})$$

$$\Gamma_m = \alpha\alpha' u(t) i(t) = \alpha\alpha' \frac{U_0 I_0}{2C} [\cos(2\omega t + \varphi_i + \varphi_u) + \cos\varphi] \quad (\text{III.57-b})$$

La solution de cette équation avec seconde membre comprend deux termes :

$$1^\circ) \theta_1 = \alpha\alpha' \frac{U_0 I_0}{2C} \cos\varphi = \frac{\alpha\alpha'}{C} P_m = \beta P_m$$

$$2^\circ) \theta_2(t) = \frac{\alpha\alpha'}{C} U.I.C(2\omega) \cos(2\omega t + \psi)$$

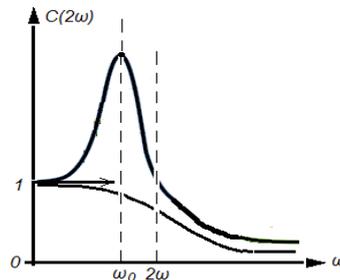


Fig-III-19. Variation de l'amplitude $C(2\omega)$ en fonction de la pulsation ω .

L'amplitude correspondante à cette seconde solution représente une courbe de la forme donnée ci-dessus (voir Fig-III.19) qui est déjà vue et étudiée au chapitre II. Car la bobine tension (C_u) à elle seul, constitue un circuit RLC résonant excité par une oscillation sinusoïdale. Le cadre est généralement construit, de telle façon que, l'amplitude des oscillations forcées de la bobine soit toujours négligeable (elle est d'ailleurs invisible).

Pour des mesures courantes de puissance, la fréquence de signal domestique est de 50 Hz . Et comme la période propre T_0 de la bobine est choisie égale à une seconde ($T_0 = 1 \text{ s}$), donc 2ω est cent fois plus grande que ω_0 , $C(2\omega)$ devient alors très petite devant l'unité.

la position prise par la bobine est celle définie par : $\theta_1 = \beta \cdot P_m$

Elle, identique à celle qu'imposerait un régime permanent caractérisé par un terme indépendant du temps t et proportionnel à P_m . C'est pour cette raison que le wattmètre indifféremment en régime sinusoïdale qu'en régime permanent.

C- Mesure de puissance :

C-1. Mesure direct :

Avec un wattmètre, la précision de mesure de puissance dépend du montage amont où aval utilisé du circuit courant par rapport au circuit tension. Pour éviter ce problème, on construit des wattmètres dits compensés (fig.III.20), où l'erreur de construction est éliminée automatiquement.

Une bobine auxiliaire fixe est placée en série avec la bobine tension, son enroulement suit exactement celui de la bobine courant, son action magnétique s'opposant à celle de cette derrière (voir fig.III.20 ci-contre).

Le circuit tension est soumis à la tension U , la bobine courant est parcouru par : $i_a = i + i_v$ et la bobine auxiliaire par le courant i_v , le voltmètre mesure donc la différence : $U \cdot (i + i_v) - U \cdot i_v$ qui sera égale à : $U \cdot i$, c'est-à-dire, exactement la valeur de la puissance recherchée.

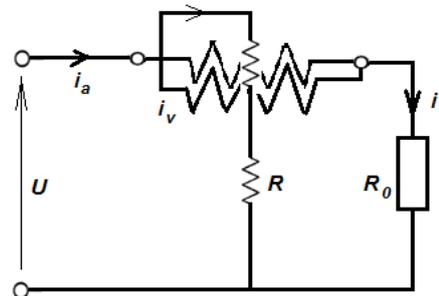


Fig-III.20. Schéma d'un wattmètre compensé où l'erreur de construction est corrigée sans aucun réglage supplémentaire.

C-2. Mesure indirect :

C-2.1. Méthode des trois ampèremètres :

Cette méthode est schématisée par le montage suivant où R est connue. Donc, d'après le circuit de la figure (III.21) on peut écrire :

Page Manquante :

Aggoun Nawal

Note : 0

Page Manquante :

Aggoun Nawal

Note : 0

Page Manquante :

Aggoun Nawal

Note : 0

Page Manquante :

Lechkheb Shems El Khezlane

Note : 0

Page Manquante :

Lechkheb Shems El Khezlane

Note : 0

Page Manquante :

Lechkheb Shems El Khezlane

Note : 0

Chapitre IV

Les ponts de mesure

Les ponts de mesure sont des dispositifs indicateurs de zéro, qui présentent dans la pratique, un moyen de mesure très précis pour beaucoup de grandeurs électriques et électroniques. À présent, l'étude des ponts présente surtout un intérêt pédagogique. Dans ce qui suit, nous allons exposer cette technique dite "méthode du zéro" qu'on utilise en continu ou en alternatif selon la nature de la grandeur à mesurer.

Aussi, nous allons voir par la suite que le nombre de variantes de ponts est relativement important. Dans la pratique, cette situation relative à la multiplicité des bâtis de montage, ne représente pas en fait un problème onéreux, car, tout ces ponts sont réalisés à partir d'un bâti commun muni de plusieurs prises prévus pour assurer les modifications nécessaires correspondantes à la spécificité de chaque variante.

IV-1. LES PONTS EN CONTINU :

En régime continu, les ponts sont très souvent, utilisés pour mesurer des résistances. La gamme de résistances mesurables peut aller du dixième du micro ohms ($10^{-7} \Omega$) à quelques méga ohms ($10^{+6} \Omega$).

IV-1.1. Principe :

On dispose la grandeur à mesurer X dans une branche et dans les trois autres, des grandeurs A , B , C connues dont une au moins est réglable. On alimente le dispositif par une tension continue de *fem* E entre les deux points M et N . La branche d'équilibre est placée entre les points O et P et munie d'un détecteur de très faibles courants (galvanomètre) quand ils sont court circuités, ou d'un détecteur de petites tensions (micro voltmètre) quand ils sont en circuits ouverts.

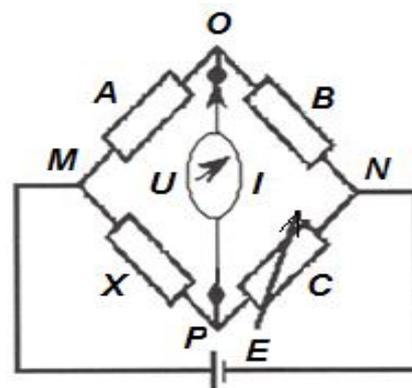


Fig-1V.1. Schéma de principe d'un pont de mesure.

IV-1.2. Équilibre du pont :

Le développement de l'automatisation dans l'industrie a conduit à réaliser des ponts à équilibrage totalement automatique pour assurer une commande correcte des mécanismes qui se trouvent en aval comme une machine ou un moteur électrique.

Pour atteindre l'équilibre du pont nous serons obligés d'agir constamment sur les branches contenant les éléments variables jusqu'à la réalisation d'un vrai équilibre.

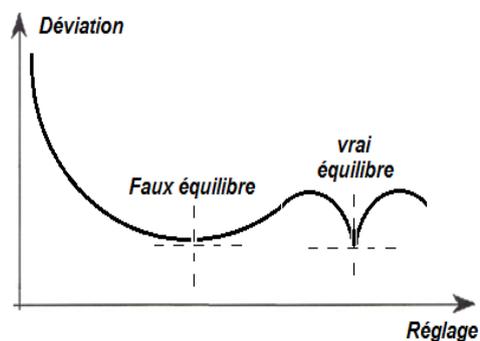


Fig-IV.2. Courbe d'équilibre du pont en fonction du réglage.

Pour éviter cette situation, il est nécessaire de régler un élément, puis un autre, ensuite revenir au premier et ainsi de suite jusqu'à l'obtention du zéro ou d'un minimum aigu. C'est ce cas qui correspond au "vrai équilibre".

On dit que le pont est équilibré lorsque l'une et/ou l'autre des conditions suivantes sont réalisées dans la branche d'équilibre :

- i) si, le courant de court-circuit est nul, $i_g = 0$.
- ii) si, la tension de circuit-ouvert est égale à zéro, $U = 0$.

Une fois l'équilibre réalisé, on peut appliquer le résultat de la relation suivante exprimant la grandeur à mesurer en fonction des autres éléments du pont.

$$X = \frac{A.C}{B} \quad (IV.1)$$

IV-1.3. Sensibilité du pont :

La sensibilité d'un pont est définie par la plus petite variation relative de la branche de réglage entraînant un déséquilibre perceptible du pont. Donc, si on considère C comme la branche de réglage, quand on provoque une petite variation ΔC de C , une tension de déséquilibre ΔU apparaît.

La sensibilité σ du pont peut alors être calculée et exprimée en fonction de ΔC et ΔU de la façon suivante :

En appliquant la règle du diviseur de tension, la tension dans la branche d'équilibre peut être donnée par la relation :

$$U = E \left(\frac{A}{A+B} - \frac{X}{X+C} \right) \quad (\text{IV.2})$$

Si, on fait varier C de ΔC , il apparaît une tension de déséquilibre ΔU égale à :

$$\Delta U = E \left(\frac{A}{A+B} - \frac{X}{X+C+\Delta C} \right) = E \left(\frac{AC - BX + A\Delta C}{(A+B)(X+C+\Delta C)} \right) \quad (\text{IV.3})$$

Car à l'équilibre on a ($AC = BX$).

$$\Delta U = E \left(\frac{A\Delta C}{(A+B)(X+C+\Delta C)} \right) \quad (\text{IV.4})$$

En posant : $x = \frac{B}{A} = \frac{C}{X}$ et en négligeant $\frac{\Delta C}{X}$ devant $1 + X$, la relation (IV.4) devient :

$$\Delta U = E \left(\frac{x}{(1+x)^2} \right) \cdot \frac{\Delta C}{C} \quad (\text{IV.5})$$

La sensibilité σ du pont est enfin définie par :

$$\sigma = \frac{\Delta U}{\frac{\Delta C}{C}} = E \frac{x}{(1+x)^2} \quad (\text{IV.6})$$

On voit que la fonction σ devient maximale pour $x = 1$. Donc, la meilleure sensibilité d'un pont est atteinte quand $B = A$ et $X = C$.

IV-1.4. Pont de Wheatstone :

Ce pont, voir (Fig-IV.3), convient pour mesurer principalement des résistances dans la gamme comprise entre 1Ω et $1 M\Omega$. Quand la résistance à mesuré R_x devient très faible, les résistances de connexions et des fils de contacts sont comptés et ne peuvent être considérées comme des valeurs négligeables. Car, si on les prend pas en compte, elles peuvent facilement "fausser les mesures".

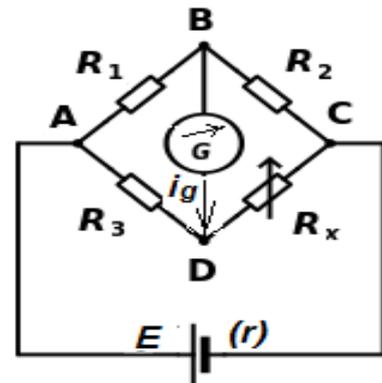


Fig-IV.3. Pont de Wheatstone.

À l'opposé de cette situation, si cette résistance devient très grande, on est conduit à augmenter la tension d'alimentation pour accroître la sensibilité du pont, ce qui fait apparaître des courants de fuites très souvent appréciable qui fait automatiquement "fausser les mesures".

À l'équilibre du pont, dans les deux cas, on peut appliquer l'une ou l'autre des conditions d'équilibre :

Soit, la condition d'équilibre dite "du circuit" ou : $i_g = 0$.

Soit, la condition d'équilibre dite "du circuit ouvert" ou : $U = 0$.

Dans le premier cas, le circuit équivalent devient celui de la Figure (IV.4), on peut alors écrire les équations suivantes :

$$R_3 \times i_3 = R_1 \times i_1 \quad \text{et} \quad R_2 \times i_2 = R_x \times i_4 \quad (\text{IV.6})$$

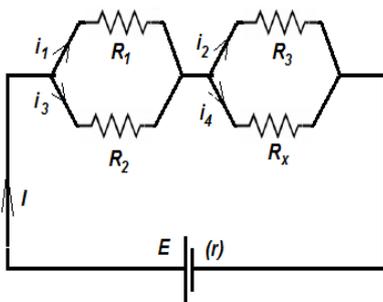


Fig-IV.4. Branche d'équilibre court-circuitée.

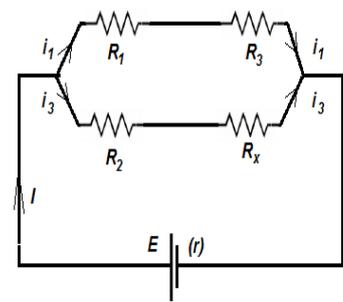


Fig-IV.4. Branche d'équilibre en circuit ouvert.

Dans le deuxième cas, le circuit équivalent devient celui de la figure (IV.5). On en déduit donc que : $i_1 = i_2$ et $i_3 = i_4$

À partir de ces équations, un calcul simple permet d'aboutir au résultat suivant :

$$R_x = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1} \quad (\text{IV.7})$$

IV-1.5. Pont de Thomson :

Ce pont permet la mesure précise des résistances très faibles à partir de $10^{-7} \Omega$, car il élimine les résistances des fils de connexions et de contacts. La résistance inconnue notée R_x et étalon R_3 sont à quatre bornes et les connexions leurs étant extérieures, de plus les résistances de contacts et A , D' , D'' , et B sont en série avec R_0 , R' , R'' , et R_2 de valeurs très élevées de telle sorte que l'influence de ces résistances de contacts deviennent très négligeables (Fig-IV.6.).

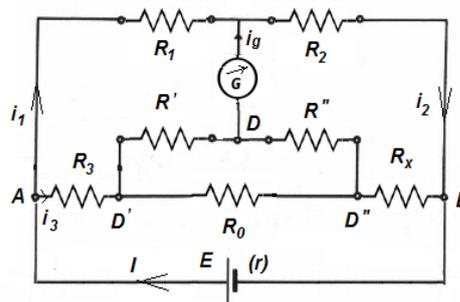


Fig-IV.6. Pont double de Thomson.

Les résistances du triangle $DD'D''$ peuvent être transformées en celles de l'étoile OD , OD' , OD'' et vis-versa (voire les Figure-IV.7. et IV.8. suivante) selon Les expressions de passage donné par les relations (IV.8) :

$$R_a = \frac{R' \cdot R''}{R_0 + R' + R''} \quad (\text{IV.8-a})$$

$$R_b = \frac{R_0 \cdot R'}{R_0 + R' + R''} \quad (\text{IV.8-b})$$

$$R_c = \frac{R_0 \cdot R''}{R_0 + R' + R''} \quad (\text{IV.8-c})$$

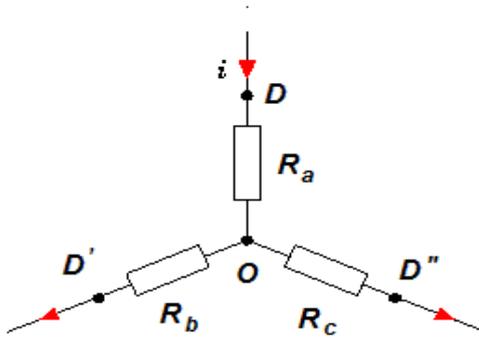


Fig-IV.7. Circuit étoile.

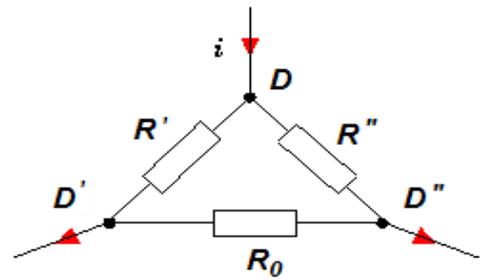


Fig-IV. 8. Circuit triangle.

On obtient alors un schéma équivalent ramené à celui d'un pont de Wheatstone (Fig-IV.3) déjà vu précédemment où les résistances r_g , R_3 . et R_x devient respectivement en série avec R_a , R_b et R_c .

La condition d'équilibre du pont permet d'écrire :

$$R_1 \left(R_x + \frac{R_0 \cdot R''}{R_0 + R' + R''} \right) = R_2 \left(R_x + \frac{R_0 \cdot R'}{R_0 + R' + R''} \right) \quad (\text{IV.9})$$

$$R_x = R_3 \cdot \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_0 \cdot R'}{R_0 + R' + R''} \left(\frac{R_2}{R_1} - \frac{R''}{R'} \right) \quad (\text{IV.10})$$

Si on s'arrange à réaliser l'égalité : $\left(\frac{R_2}{R_1} = \frac{R''}{R'} \right)$, on obtient la relation :

$$R_x = R_3 \cdot \frac{R_2}{R_1} \quad (\text{IV.11})$$

Qui est celle déjà trouvée (expression IV .7) dans le pont de Wheatstone.

IV-2. LES PONTS EN ALTERNATIF :

En alternatif, les résistances sont remplacés. La mesure précise d'une impédance impose l'emploi d'une m'méthode de zéro. Les montages utilisés sont dérivé du Wheatstone.

IV-2.1. Principe :

Le principe reste le même que celui du montage en continu (§.IV.1.1) .On dispose l'impédance à mesurer.

dans une branche du pont et dans les trois autres des impédances connues dont l'une au moins est réglable. La source de tension ou de courant devient un générateur alternatif, souvent un GBF.

L'appareil indicateur de zéro sera remplacé par un écouteur téléphonique délivrant un signal audible ou tout simplement un oscilloscope.

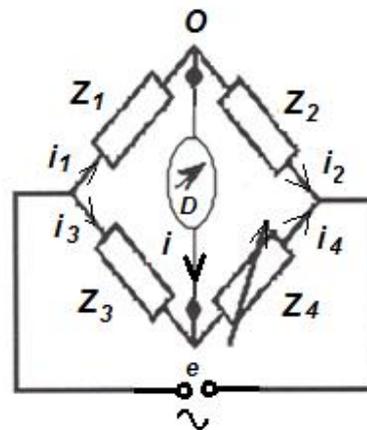


Fig-1V.9. Schéma de principe d'un pont de mesure en alternatif.

- Si R est en série avec C_2 , la condition d'équilibre donne :

$$\begin{cases} C_x = C_2 \cdot \frac{R_1}{R_3} \\ R_x = \left[\frac{R \cdot R_2}{R_1 + R_2} \right]_2 \cdot \frac{R_3}{R_1} \\ D_x = \frac{1}{\omega R_x C_x} = D_2 + \frac{1}{\omega R C_2} \end{cases} \quad (IV.19)$$

- Si R est en série avec C_x , la condition d'équilibre donne :

$$\begin{cases} C_x = C_2 \cdot \frac{R_1}{R_3} \\ r_x = \left[\frac{R \cdot R_2}{R - R_2} \right]_2 \cdot \frac{R_3}{R_1} \\ D_x = \frac{1}{\omega R_x C_x} = D_2 - \frac{1}{\omega R C_2} \end{cases} \quad (IV.20)$$

IV-3.6. Pont de Schering :

On utilise ce pont en *HF* pour mesurer des capacités et des pertes diélectriques des dans condensateur et câbles à haute tension, ainsi que dans des isolants solides ou liquide.

Si on suppose que : R_1, R_3, C_1 , et C_2 sont des éléments purs, alors la condition d'équilibre donne :

$$\begin{cases} C_x = C_2 \cdot \frac{R_1}{R_3} \\ r_x = R_3 \cdot \left[\frac{C_1}{C_2} \right] \\ D_x = tg \delta_x = \omega C_1 R_1 \end{cases} \quad (IV.21)$$

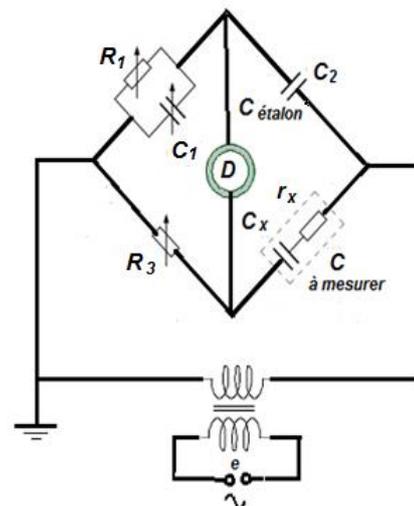


Fig-IV.16. Pont de Schering.

De plus, si on veut tenir compte de ce que C_2 et R_3 ne soient pas purs, on doit alors écrire :

$$Z_2 = -C_2 \cdot \frac{j}{\omega C_2} (1 + jD_2) \quad \text{et} \quad Z_3 = R_3 \cdot (1 + jtg \delta_3) \quad (IV.22)$$

Les relations (IV.21) ci-dessus seront alors remplacées par :

$$\begin{cases} C_x = \frac{C_2 R_1}{R_3 [1 - D_2 \operatorname{tg} \theta_3 - \omega C_1 R_1 (D_2 + \operatorname{tg} \theta_3)]} \cong C_2 \cdot \frac{R_1}{R_3} \\ r_x = R_3 \frac{C_1}{C_2} \left[1 - D_2 \operatorname{tg} \theta_3 + \frac{D_2 + \operatorname{tg} \theta_3}{\omega C_1 R_1} \right] \cong R_3 \frac{C_1}{C_2} \\ D_x = \operatorname{tg} \delta_x = \omega C_1 R_1 + D_2 + \operatorname{tg} \theta_3 \cong \omega C_1 R_1 \end{cases} \quad (\text{IV.23})$$

Une variante de ce pont de Schering est destinée à la mesure des capacités chimiques et polarisées (voir Fig. IV .17.ci-contre).

La valeur de ces capacités est généralement, supposée élevée et, le courant fuite est aussi important.

Dans ce cas, la branche de mesure qui contient le condensateur chimique est alimentée par une source de tension continue E , séparée de la source alternative à l'aide d'une self de choc L , qui, ne laisse pas le courant alternatif de passer à travers les bornes polarisés de la source E .

La capacité C , par contre, bloque le courant continu de passer par le détecteur de son audible D , prévu de ne fonctionner qu'en régime alternatif.

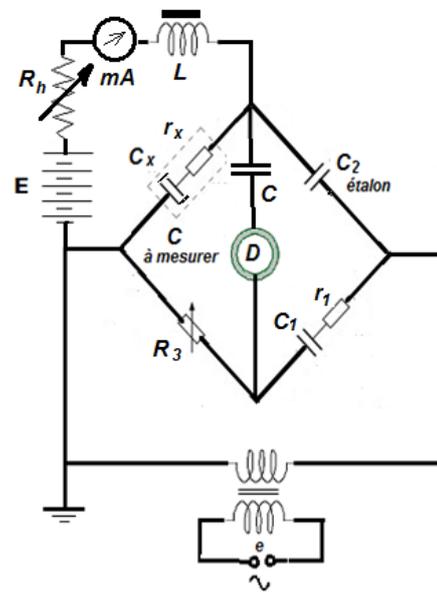


Fig-IV.17. Pont de Schering pour mesurer les condensateurs polarisés.

À l'équilibre, on obtient les expressions déjà vues précédemment (voir la relation IV.23 donnée ci-dessus) :

$$\begin{cases} C_x = \frac{C_2 R_1}{R_3 [1 - D_2 \operatorname{tg} \theta_3 - \omega C_1 R_1 (D_2 + \operatorname{tg} \theta_3)]} \cong C_2 \cdot \frac{R_1}{R_3} \\ r_x = R_3 \frac{C_1}{C_2} \left[1 - D_2 \operatorname{tg} \theta_3 + \frac{D_2 + \operatorname{tg} \theta_3}{\omega C_1 R_1} \right] \cong R_3 \frac{C_1}{C_2} \\ D_x = \operatorname{tg} \delta_x = \omega C_1 R_1 + D_2 + \operatorname{tg} \theta_3 \cong \omega C_1 R_1 \end{cases} \quad (\text{IV.24})$$

IV-4. MESURE D'INDUCTANCE :

Une bobine d'inductance propre est réalisée par un fil conducteur enroulé en spires de différentes formes.

Cette bobine, comme pour le cas du conducteur, ne peut pas jamais être idéale, et par conséquent, l'énergie qu'elle emmagasine, elle aussi, ne peut être totalement conservée. L'énergie perdue sera alors, dissipée par effet Joule dans la résistance du conducteur et par hystérésis ainsi que par courants de Foucault si la bobine est munie d'un noyau ferromagnétique.

IV-4.1. Schémas équivalents :

On peut représenter une bobine soit par l'association en série d'une inductance propre L_s et d'une résistance r , soit par l'association en parallèle d'une inductance propre L_p et d'une résistance R (fig-IV.18).

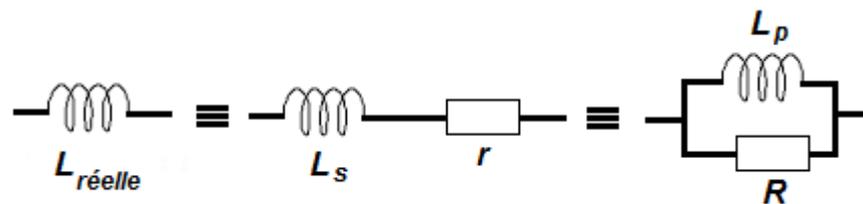


Fig.IV.18. Schémas équivalent simplifiés d'une bobine réelle.

L_s et r peuvent être exprimées en fonction de L_p et R ou inversement par :

$$\left\{ \begin{array}{l} r = \frac{1}{1 + \left(\frac{R}{L_p \omega}\right)^2} \cdot R \\ L_s = \left[\frac{\left(\frac{R}{L_p \omega}\right)^2}{1 + \left(\frac{R}{L_p \omega}\right)^2} \right] \cdot L_p \end{array} \right. \quad \text{ou bien} \quad \left\{ \begin{array}{l} R = \left[1 + \left(\frac{\omega L_s}{r}\right)^2 \right] \cdot r \\ L_p = \left[\frac{1 + \left(\frac{\omega L_s}{r}\right)^2}{\left(\frac{\omega L_s}{r}\right)^2} \right] \cdot L_s \end{array} \right. \quad (\text{IV.25})$$

IV.4.2. Facteur de qualité Q :

Ce facteur généralement noté Q, est défini comme étant le rapport entre la puissance active et le module de la puissance réactive.

* Dans le cas d'un schéma équivalent

série (S.E.S) : $Q = \frac{\omega L_s r}{r}$

* Dans le cas d'un schéma équivalent

parallèle (S.E.P) : $Q = \frac{R}{\omega L_p}$

* Dans les bobines de qualité ($Q \gg 1$),
on aura : $L_p = L_s$ et $R = Q^2 r$.

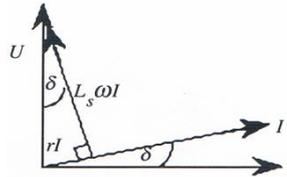


Fig.IV.19. Angle de perte δ d'une bobine.

IV-4.3. Angle de perte δ :

Comme dans le cas d'un condensateur parfait, dans une bobine parfaite, le courant est en avance de $(\pi/2)$ par rapport à la tension. Dans la pratique, cet angle est inférieur $(\pi/2)$, soit : $(\pi/2 - \delta)$

On peut facilement montrer la relation suivante :

$$D = \operatorname{tg} \delta = \frac{r.I}{L_s \omega.I} = \frac{L_p \omega.I}{R_s \omega.I} = \frac{1}{Q} \quad (\text{IV.26})$$

IV.4.4. Pont de Siemens :

Le pont de Siemens est l'équivalent pour les inductances propres, du pont de Saut-Wien pour les capacités. Son seul inconvénient est la nécessité de connaître la résistance apparente r_2 de la bobine étalonnée L_2 , pour pouvoir déterminer la résistance de fuite r_x , et cela pour la fréquence utilisée.

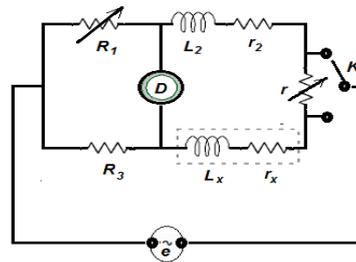


Fig.IV.20. Pont de Siemens.

Quand on réalise l'équilibre du pont, on a les relations suivantes selon que la résistance r est en série avec L_2 ou L_x .

- Si r est en série avec L_2 , la condition d'équilibre donne :

$$\begin{cases} L_x = L_2 \cdot \frac{R_3}{R_1} \\ r_3 = (r_2 + r) \cdot \frac{R_3}{R_1} \\ D_x = \frac{1}{Q_x} = \frac{r_x}{\omega L_x} = D_2 + \frac{r}{\omega L_2} \end{cases} \quad (IV.27)$$

- Si r est en série avec L_x , la condition d'équilibre donne :

$$\begin{cases} L_x = L_2 \cdot \frac{R_3}{R_1} \\ r_x = (r_2 - r) \cdot \frac{R_3}{R_1} \\ D_x = \frac{1}{Q_x} = \frac{r_x}{\omega L_x} = D_2 - \frac{1}{\omega L_x} \end{cases} \quad (IV.28)$$

IV-4.5. Pont de Maxwell :

Ce pont en $P.Q$ convient pour la mesure d'inductance propre à faible argument : C'est-à-dire à faible facteur de qualité ($Q < 1$).

Il est aussi utilisé pour la mesure des résistances inductives en courant alternatif.

La condition d'équilibre donne :

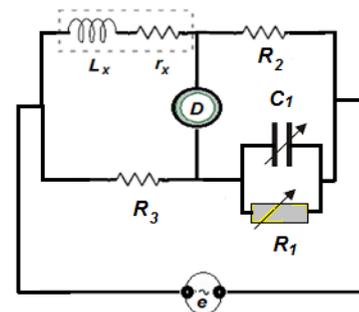


Fig-IV.22. Pont de Maxwell.

$$L_x = R_2 R_3 C_1; \quad r_x = R_2 R_3 / R_1 \quad \text{et} \quad Q_x = \omega L_x / r_x = \omega R_1 C_1 \quad (IV.29)$$

IV-4.6. Pont de Hay :

Par contre, si le facteur de qualité d'une bobine est trop grand ($Q \gg 1$), on utilise alors, le pont de Hay, qui ne diffère de celui de Maxwell que par le remplacement du schéma parallèle de la capacité par le schéma série.

À la condition d'équilibre, on obtient les relations suivantes seront appliquées :

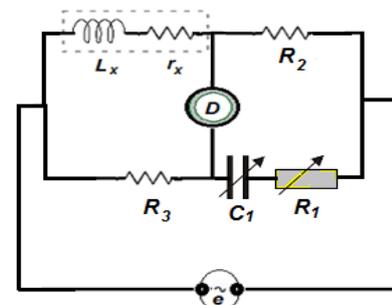


Fig-IV.22. Pont de Hay.

$$\begin{cases} L_x = \frac{C_1}{1 + (\omega C_1 r_1)^2} \\ r_x = \frac{(\omega C_1 r_1)^2}{1 + (\omega C_1 r_1)^2} \\ Q_x = \frac{\omega L_x}{r_x} = \frac{1}{\omega C_1 r_1} \end{cases} \quad (IV.30)$$

Si, de plus, on a :

$\omega L_x > r_2$ et $\omega C_1 r_1 < 1$, les relations précédentes (IV.30) deviennent :

$$\begin{cases} L_x = R_2 \cdot R_3 \cdot C_1 \\ r_x = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1} \\ Q_x = \frac{\omega L_x}{r_x} = \omega C_1 R_1 \end{cases} \quad (IV.31)$$

On aura encore des relations plus simples, si on adopte le schéma parallèle (L_{px} , R_x) au lieu du schéma série (L_{sx} , r_x) :

$$L_{px} \cong R_2 \cdot R_3 \cdot C_1 ; R_x = \frac{R_2 \cdot R_3}{r_1} \text{ et } Q_x = \frac{R_x}{\omega L_{px}} = \frac{1}{\omega C_1 r_1} \quad (IV.32)$$

IV-4.7. Pont de Owen :

Ce pont a l'avantage, par rapport à ceux de Maxwell et de Hay, de pouvoir mesurer, d'une manière précise, les inductances propres dans un domaine très étendu [$1\mu H$; $1mH$]. Cette mesure est réalisée seulement par l'intermédiaire d'une résistance de précision, étalonnée et finement réglable R_2 , au lieu d'un condensateur. Il convient aussi, pour mesurer les facteurs de qualités de valeurs moyennes.

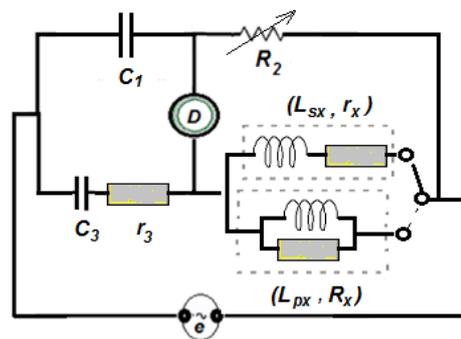


Fig.IV.23. Pont de Owen.

Quand l'équilibre du pont est établi, on obtient les relations les suivantes :

$$L_{sx} \cong R_2 \cdot r_3 \cdot C_1 ; r_x = \frac{R_1 \cdot C_1}{C_3} \text{ et } Q_x = \omega C_3 r_3 \quad (\text{pour s.e.s}) \quad (\text{IV.33})$$

$$L_{px} \cong R_2 \cdot R_3 \cdot C_1 ; R_x = \frac{R_2 \cdot C_1}{C_3} \text{ et } Q_x = \frac{1}{\omega C_3 R_3} \quad (\text{pour s.e.p}) \quad (\text{IV.34})$$

IV-4.8. Pont d'Anderson :

Ce pont permet de conserver une bonne précision, malgré sa constitution complexe, même aux fréquences industrielles.

Les éléments du triangle formé par les deux résistances R_3 , R_5 et le condensateur C peuvent être remplacés par les éléments d'un schéma équivalent en étoile, comme celui du cas déjà exposé au pont de Thomson (§.IV.1.5). Les expressions de correspondances seront alors :

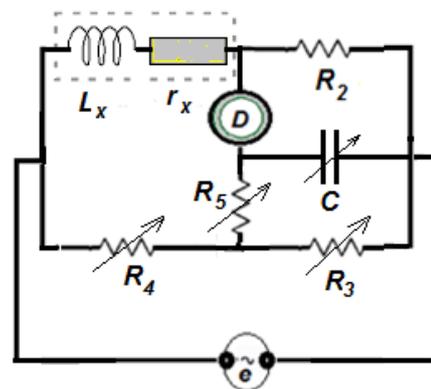


Fig.IV.24. Pont d'Anderson.

$$Z_{11} = \frac{jR_3 \cdot R_5 \cdot C}{1 + jC\omega(R_3 + R_5)} ; Z_{12} = \frac{R_5}{1 + jC\omega(R_3 + R_5)} \text{ et } Z_{13} = \frac{R_3}{1 + jC\omega(R_3 + R_5)} \quad (\text{IV.35})$$

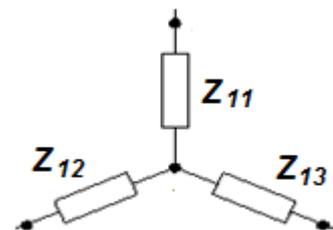
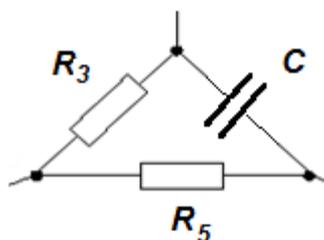


Fig.IV.25. Équivalence Triangle-Étoile.

Cette transformation permet de placer Z_{11} , Z_{12} et Z_{13} en série de respectivement avec R_4 , le détecteur et R_3 .

À l'équilibre du pont, les relations suivantes :

$$L_x = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_3} \left(R_3 + R_5 + \frac{R_3 R_5}{R_4} \right) \cdot C ; r_x = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_3} \text{ et } Q_x = \left(R_3 + R_5 + \frac{R_3 R_5}{R_4} \right) \cdot C \omega \quad (\text{IV.36})$$

IV-5. MESURE D'INDUCTANCES MUTUELLES :

Le coefficient d'inductance mutuelle M , qui a la même dimension que l'inductance propre L , et est un paramètre qui caractérise l'influence électromagnétique qu'exerce une bobine sur une autre et réciproquement.

La mesure de ce coefficient permet de donner une indication sur le couplage magnétique entre bobine k , problème qu'on rencontre souvent dans les transformateurs, circuits couplés ou l'association entre bobines inter-influencable.

IV-5.1. Pont de Carey-Foster :

Ce pont permet de mesurer le coefficient d'inductance mutuelle M , indépendamment de la fréquence utilisée.

Le seul inconvénient est qu'il est souvent difficile de régler surtout lorsqu'il existe dans le pont un circuit magnétique. Avec les éléments de la Figure IV.26 ci-contre on peut écrire les relations suivantes :

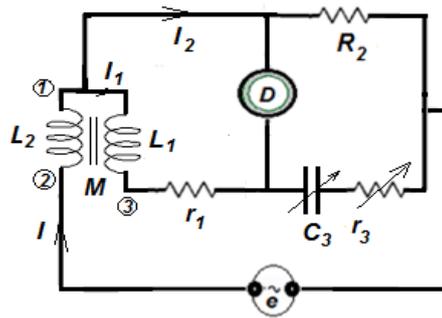


Fig.IV.26. Pont de Carrey-Foster.

$$Z_1 = r_1 + jL_1\omega \quad \text{et} \quad Z_3 = R_3 - \frac{j}{C_3\omega} \quad (\text{IV.37-a})$$

Ainsi que :

$$E = jM\omega I = jM\omega(I_1 + I_2) \quad (\text{IV.37-b})$$

À l'équilibre : $U = 0$, alors on aura :

D'une part,

$$E - (r_1 + jL_1\omega)I_1 = 0 \quad (\text{IV.37-c})$$

Et comme d'autre part :

$$R_2 I_2 - \left(R_3 - \frac{j}{C_3\omega} \right) I_1 = 0 \quad (\text{IV.37-d})$$

Nous pouvons tirer I_2 de cette dernière équation dans et de le remplace dans l'équation suivante :

$$jM\omega\left(1 + \frac{R_1}{R_2} - \frac{j}{R_2 C_3 \omega}\right)I_1 - (r_1 - jL_1\omega)I = 0 \tag{IV.38}$$

Par comparaison de termes réels et imaginaire, on aura :

$$\begin{cases} M = \frac{L_1}{\left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right)} \\ M = r_1 R_2 C_3 \end{cases} \tag{IV.39}$$

Si on veut faire introduire les résistances de pertes des bobines et du condensateur, on opte le schéma équivalent série pour L_1 , L_2 et C_3 . De plus, si, on remplace l'inductance mutuelle à trois bornes par l'étoile équivalente, on obtient le schéma d'un pont classique (voir figure IV.27).

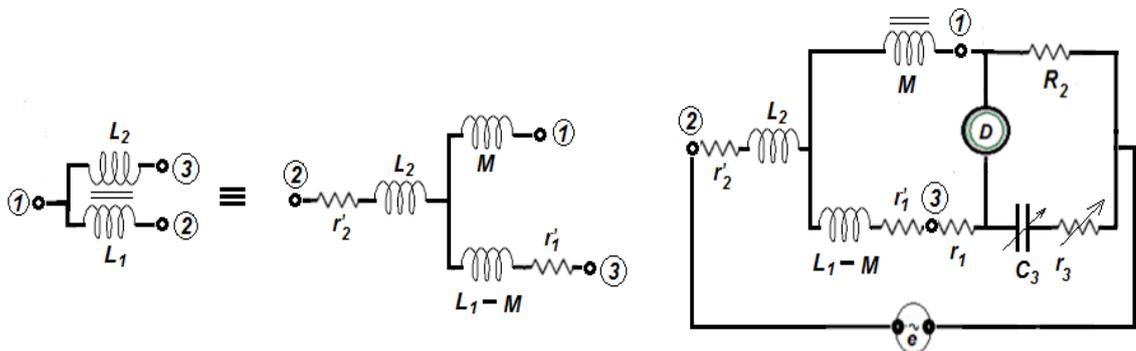


Fig.IV.27. Schéma équivalent d'une inductance mutuelle à trois bornes par un schéma étoile équivalent.

Les relations d'équilibre deviennent :

$$\begin{cases} L_1 = \frac{R_2 + R_3 + r_3}{R_2} = C_3(r_1 + r_1')(R_2 + R_3 + r_3) \\ M = (r_1 + r_1')R_2 C_3 \end{cases} \tag{IV.40}$$

Pour le bon déroulement de la mesure, on peut toujours choisir :

$$r_1 \gg r_1' \quad \text{et} \quad R_2 + R_3 \gg r_3$$

Donc, on aura finalement :

$$\begin{cases} L_1 \cong M \frac{R_2 + R_3}{R_2} = C_3 \cdot r_1 (R_2 + R_3) \\ M \cong r_1 R_2 C_3 \end{cases} \quad (\text{IV.41})$$

IV-5.2. Pont de Campbell :

Ce pont est représenté par la figure (28) ci-contre. L'équilibre est réalisé lorsque le courant parcourant le détecteur D est égal à zéro. La tension induite par le passage de I dans L_1 , sera donné aux bornes de L_2 par $E = j\omega M \cdot I$; ou M est l'inductance mutuelle.

Aux bornes du condensateur C , on retrouve la tension $V_c = j \frac{1}{C\omega} \cdot I$.

À l'équilibre, on a :

$$u = 0 \quad \Rightarrow \quad jM\omega \cdot I = j \frac{1}{C\omega} \cdot I$$

d'où :

$$M = \frac{1}{C\omega^2} = \frac{1}{(2\pi f)^2} \cdot \frac{1}{C}$$

Il faut noter, que cette dernière relation est obtenue en effectuant quelques approximations simplificatrices, car la résistance de perte du condensateur r_3 ainsi que la capacité répartie propre C_d et mutuelle C_m des deux enroulements L_1 et L_2 sont suffisamment faibles et par conséquent, peuvent être largement considérées comme négligeables.

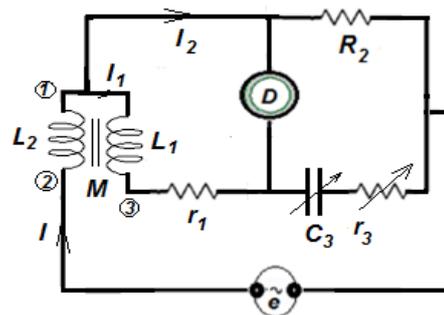


Fig.IV.28. Pont de Campbell.

IV-5.3. Pont de Smith :

L'avantage du pont de Smith par rapport à celui de Campbell est la compensation de l'influence de la résistance de perte r du condensateur C qui perturbe la mesure.

À l'équilibre, le courant dans le détecteur D est nul, alors on peut écrire :

$$jM'\omega.I = (r'_2 + R).I' + j\left(L'_2\omega - \frac{1}{C'\omega}\right).I'$$

D'autre part, on a aussi la relation suivante :

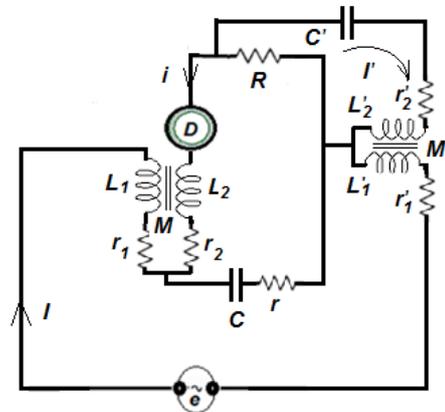


Fig.IV.29. Pont de Smith.

$$r.I + R.I' - j\frac{1}{C'\omega}.I + jM'\omega I = 0 \tag{IV.42-a}$$

On tire I' de cette dernière relation et on le remplace dans la première. On trouve alors l'expression suivante :

$$R \frac{jM'\omega}{(r'_2 + R) + j\left(L'_2\omega - \frac{1}{C'\omega}\right)} + r + j\left(M\omega - \frac{1}{C\omega}\right) = 0 \tag{IV.42-b}$$

De plus, si on opte pour le choix de $\omega L'_2$ et $r'_2 + R \gg \frac{1}{\omega C'}$, on peut alors avoir la relation suivante :

$$(r - RM'C'\omega^2) + j\left(M\omega - \frac{1}{C\omega}\right) = 0 \tag{IV.43}$$

D'où :

$$\begin{cases} M = \frac{1}{C\omega^2} \\ M' \frac{r}{RC\omega^2} \cong r_1 R_2 C_3 \end{cases} \tag{IV.44}$$

Remarque :

On constate que d'après leurs relations finales (42 et 44) qu'il est possible d'utiliser les ponts de Campbell et de Smith pour mesurer la fréquence si on possède des bobines étalonnées en coefficient d'inductance mutuelle.

IV-6. MESURE DE FRÉQUENCE :

Pour mesurer une fréquence, on doit utiliser soit directement un fréquencemètre électronique qui est précis mais couteux, soit un pont de mesure, dont les performances restent aussi comparables mais beaucoup plus moins cher.

6.1. Pont de Wien-Robinson :

Ce pont convient pour la mesure des fréquences basses ($f < 20 \text{ KHz}$). Il ne peut pas travailler aux fréquences élevées, car les impédances parasites assez importantes modifient considérablement l'équilibre.

La condition d'équilibre permet d'écrire :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_1} + \frac{C_4}{C_3} \quad \text{et} \quad R_3 \cdot R_4 \cdot C_3 \cdot C_4 \cdot \omega^2 = 1$$

De plus, si, on pose :

$$R_1 = 2R_2 ; R_3 = R_4 \quad \text{et} \quad C_3 = C_4 = C$$

Alors, la fréquence mesurée sera donnée par :

$$f = \frac{1}{2\pi RC}$$

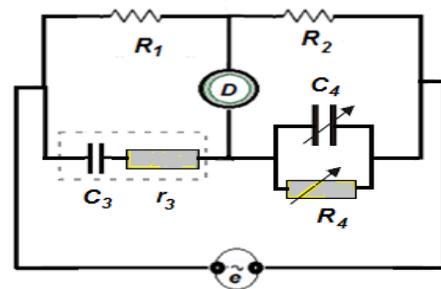


Fig-IV.30. Pont de Wien-Robinson.

IV-6.2. Ponts en double T :

On peut utiliser ce pont à la fois, pour mesurer les fréquences basses comme dans le cas du pont de Wien-Robinson et les fréquences élevées jusqu'à la gamme des VHF.

À l'équilibre, on peut facilement trouver les relations suivantes :

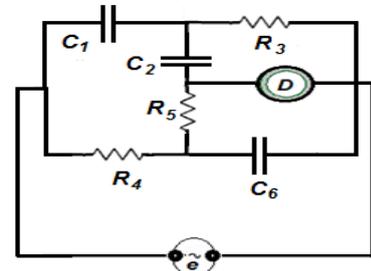


Fig-IV.31. Pont en double T.

$$R_4 + R_5 - \frac{1}{R_3 C_1 C_2 \omega^2} + j \left(R_4 R_5 C_6 \omega - \frac{1}{C_1 \omega} - \frac{1}{C_2 \omega} \right) = 0 \quad (\text{IV.46-a})$$

d'où :

$$R_4 + R_5 - \frac{1}{R_3 C_1 C_2 \omega^2} + j \left(R_4 R_5 C_6 \omega - \frac{1}{C_1 \omega} - \frac{1}{C_2 \omega} \right) = 0 \quad (\text{IV.46-b})$$

Alors, dans la pratique on peut toujours choisir :

$$2R_3 = R_4 = R_5 = 2R \text{ et } C_1 = C_2 = \frac{C_6}{2} = 6 \quad (\text{IV.46-c})$$

Donc, on aura enfin :

$$f = \frac{1}{4\pi RC} \quad (\text{IV.46-b})$$

IV-6.3. Ponts résonant :

Ce pont utilise un circuit R, L, C série, où l'équilibre est obtenu en agissant sur R_1 et C (R_1 est prise arbitrairement comme étant la résistance de réglage).

Cependant, on peut à la place de R_1 prendre indifféremment n'importe quelle autre résistance.

À la résonance, on aura la relation classique, très connue, et souvent caractéristique des circuits résonants :

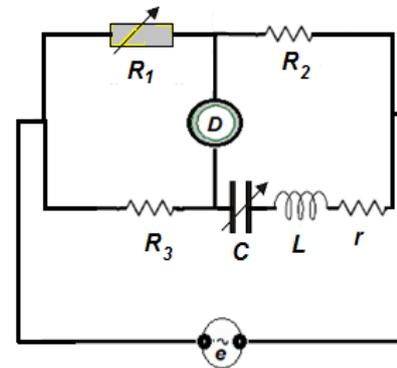


Fig-IV.32. Pont résonant.

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (\text{IV.47})$$

Chapitre V

Méthodes de résonances et de battements

A- MÉTHODE DE RÉSONANCE :

A-1. Circuits résonants :

A-1.1. Définition de la résonance :

La résonance est un phénomène obtenu dans les circuits électriques qui sont des combinaisons de R , L et C , lorsque les effets inductifs et capacitifs s'annulent mutuellement. Le circuit équivalent résultant devient entièrement résistif et le facteur de puissance égale à l'unité.

Dans la pratique, ce phénomène prend un caractère très important qui se justifie par sa large exploitation industrielle. On peut trouver par exemple, dans le spectre radio fréquentiel des transmissions désirables et indésirables qu'on peut sélectionner ou rejeter. Cette sélection et ce rejet se font grâce aux circuits résonants.

A-1.2. Circuits RLC résonants :

Dans ces circuits, les grandeurs électriques étudiées (courants, tension, impédance, déphasage, etc...) sont toujours des fonctions ou la variable est la fréquence .donc ces fonctions qui ne sont en fait, que des réponses fréquentielles a des excitations aussi fréquentielles, peuvent très bien caractériser le comportement électrique des éléments du circuit pris en considération.

A-1.3. Circuit résonant RLC série :

Ce circuit peut être constitué uniquement par une inductance et un condensateur.

La résistance sera toujours présente, même très faible, du fait que ces éléments ne soit pas parfaits L'impédance totale Z_T d'un tel circuit.

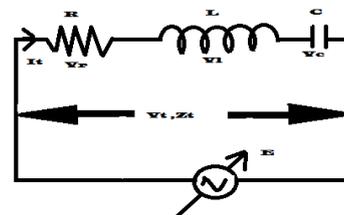


Fig. V-1. Circuit résonant RLC série.

circuit est donné par la relation suivante :

$$Z_T = R + jX = R + j(X_L - X_C) = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) \quad (\text{V.1})$$

Nous pouvons, par l'étude du module $|Z_T|$ et de la phase φ de Z_T déterminer les caractéristiques électriques de ce circuit.

Cependant, on peut aussi suivre les variations du courant $I(\omega)$ et de la tension $V_T(\omega)$ total, ainsi que la ddp aux bornes de chaque élément du circuit.

a) Impédance du circuit :

Le module de l'impédance totale du circuit est donné par :

$$|Z_T| = \left[R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2\right]^{1/2} \quad (\text{V.2})$$

b) Intensité efficace du courant :

Si la source de tension fournit une tension efficace V_0 , l'intensité efficace parcourant le circuit RLC sera alors :

$$I = V_0 \left[R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2\right]^{-1/2} \quad (\text{V.3})$$

c) Déphasage φ du circuit :

Ce déphasage est donné par la relation suivante :

$$\text{tg}\varphi = \frac{1}{R}\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) \quad (\text{V.4})$$

Si on pose :

$$x = \frac{\omega}{\omega_0} \text{ et } Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{C\omega_0 R} \quad (\text{V.5})$$

Ou ω_0 est la pulsation propre la résonance et Q le facteur de qualité de la bobine et de la capacité a la résonance ; les relations précédentes peuvent alors être écrites sous les formes suivantes :

$$Z_T(x) = R \left[1 + \frac{1-2Q^2}{Q^2} x^2 + x^4 \right]^{1/2} \cdot \frac{Q}{x} \quad (\text{V.6})$$

$$I(x) = \frac{V_0}{R} \left[1 + \frac{1-2Q^2}{Q^2} x^2 + x^4 \right]^{1/2} \cdot \frac{x}{Q} \quad (\text{V.7})$$

$$\frac{\text{tg} \varphi(x)}{2} = R (x^2 - 1) \cdot \frac{Q}{x} \quad (\text{V.8})$$

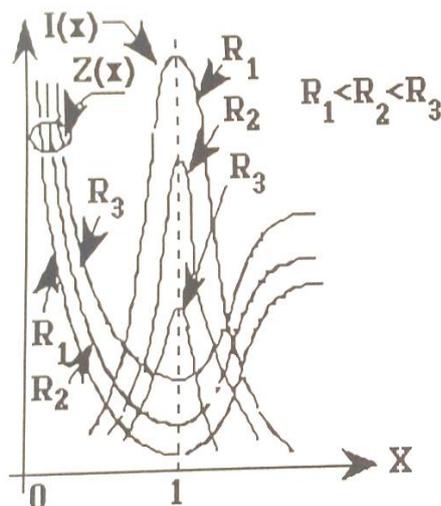


Fig.v.2 variation de Z_T en fonction de x en fonction de x

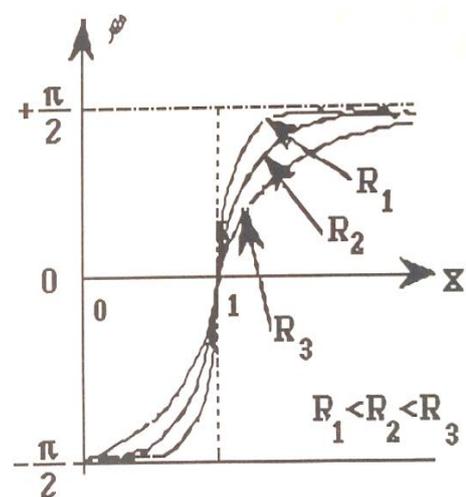


Fig.v.3 variation de φ

On constate que le module de Z_T décroît de l'infini à une valeur minimale au fur et à mesure que la fréquence relative x augmente de 0 à 1. Au delà de la fréquence de résonance qui correspond à $x = 1$, l'impédance croît vert l'infini. Le courant total par contre, évoluera d'une façon inverse à celle de Z_T . De même, on remarque que le degré d'amortissement des extremums à la fréquence de résonance indiquera l'importance de la valeur de la résistance ohmique du circuit. Les courbes de variation de l'angle de déphasage permettent de bien situer le comportement capacitif et le comportement inductif du circuit de part et d'autre de la fréquence de résonance f_0 .

L'angle de déphasage φ du courant par rapport à la tension VT sera exprimé aussi par :

$$tg\varphi = R \left(C\omega - \frac{1}{L\omega} \right) \quad (V.34)$$

Les variations de la phase et de l'impédance en fonction de la pulsation sont montrées sur les figures (V. 13 et V. 14) ci-dessous

- Si $\omega \rightarrow 0$, alors $Z \rightarrow 0$ donc $tg\varphi \rightarrow 0$ et par conséquent $\varphi \rightarrow +\pi/2$
- Si $\omega \rightarrow \infty$, alors $Z \rightarrow 0$ donc $tg\varphi \rightarrow -\infty$ et par conséquent $\varphi \rightarrow -\pi/2$
- Si $\omega \rightarrow \omega_0$, alors $Z \rightarrow R$ donc $tg\varphi \rightarrow 0$ et par conséquent $\varphi \rightarrow 0$

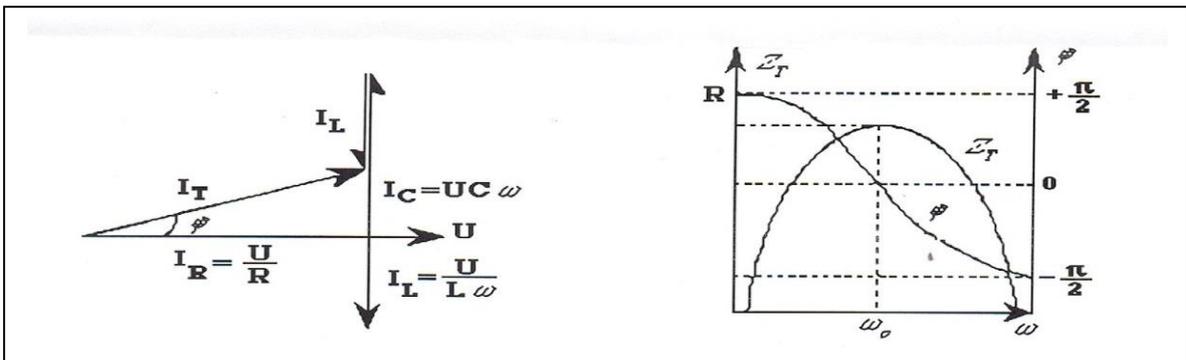


Fig . V . 13. Représentation de Fresnel des frérentielles des grandeurs

Fig . V . 14. Variations

courants partiels d'un circuit RLC parallèle
RLC parallèle

totales d'un circuit

b) surintensité :

A la résonance, $Z=R$, les courants dans l'inductance et le condensateur sont identiques mais appposés, ces éléments sont tour a tour donneurs et receveurs d'énergie , on peut donc dire que le courant total circulant dans le circuit est : $I = U/R$.

On définit la surintensité $Q I$ par le rapporte de l'intensité traversant un élément réactif sur l'intensité total du circuit :

$$Q_i = \frac{I_t}{I_c} = \frac{I_c}{I_t} = \frac{1}{djL\omega Y} = \frac{1}{jL\omega \left[\frac{1}{R} + j \left(C\omega - \frac{1}{L\omega} \right) \right]} \quad (\text{v.34})$$

Dont le module est :

$$Q_i = \frac{1}{L\omega \left[\frac{1}{R^2} + \left(C\omega - \frac{1}{L\omega} \right)^2 \right]^{1/2}} = \frac{1}{\left[\left(\frac{L\omega}{R} \right)^2 + (LC\omega^2 - 1)^2 \right]} \quad (\text{V.35})$$

Q_i sera maximal pour : $\omega^2 m = \frac{1}{LC} - \frac{1}{2(RC)^2}$, a condition que $\frac{L}{R^2} < 2 \frac{C}{L}$ et vaut alors :

$$Q^2 m = R \left[\frac{L}{C} - \frac{L^2}{(2RC)^2} \right]^{-1/2} \quad (\text{V.36})$$

Le maximum n'existe plus si R est faible.

E Desaccord relatif ε :

On définit le desaccord relatif ε d'un circuit comme étant le rapport d'une petite variation de fréquence, autour de la fréquence de résonance, sur cette dernière :

$$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = \frac{\Delta\omega_0}{\omega_0} = \frac{f_0}{f - f_0} \quad (\text{V.37})$$

D selectivité s :

On définit la selectivité d'un circuit résonant ; comme étant la facilité à pouvoir séparer deux signaux de fréquence différentes en favorisant la fréquence par rapport aux autres ; la selectivité est exprimée par le rapport s entre deux tensions ou deux courants :

$$S = \frac{V_{max}}{V} = \frac{I_0}{I} \quad (\text{v.38})$$

Ou : (V_{max} , I_0) designent les grandeurs de resonance et (V , I) expriment la tension ou le courant a la frequence considerée .

$$S = \frac{V_{max}}{V} = \frac{I_0}{I} = [1 + (2Q\varepsilon)^2]^{1/2} = \frac{R}{Z}$$

E filtrage :

Si on pose :

$$x = \frac{\omega}{\omega_0} \text{ et } Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{C\omega_0 R}$$

Ou ω_0 est la pulsation propre de resonance et q le facteur de qualite de la bobine et de la capacite a la resonance , les courants I et dans la resistance R , la self L et la capacite C seront calcules par application de la regle du diviseur de courant pour chaque et seront donnees par les expressions suivantes :

$${}^1R(x) = \frac{I_0 Q \cdot x}{[1 + (Q^2 - 2)x^2 + x^4]^{1/2}}$$

$${}^1L(x) = \frac{I_0}{[1 + (Q^2 - 2)x^2 + x^4]^{1/2}}$$

$${}^1c(x) = \frac{I_0 \cdot x^2}{[1 + (Q^2 - 2)x^2 + x^4]}$$

Les formes de leurs courbes (analogues a celles de la page 110 ; figure v.10) permettent de mettre en evidence l aspect de filtrage.

Ainsi ; la self formera un filtre passe bas ; la capacite un filtre haut et la resistance caracterisera un filtre coup bande . on voit alors ; que pour passer d un circuit serie a un circuit parallele les roles de la capacite et de la self s inversent.

Pour contourner ce problème, on utilise le principe de battement qui fait intervenir la différence entre la fréquence inconnue f et une fréquence étalonée f' de telle sorte que cette nouvelle fréquence $f'' = f - f'$ devient une basse fréquence qu'on peut mesurer à l'aide de figures de Lissajous par comparaison avec la fréquence d'un générateur basse fréquence.

Dans le cas des hautes précisions, la fréquence f connue est stable et est assurée généralement par un oscillateur local à fréquence variable associée à un deuxième oscillateur à quartz comme l'indique le schéma de principe d'un ondemètre hétérogène ci-dessus dont le fonctionnement est comme suit :

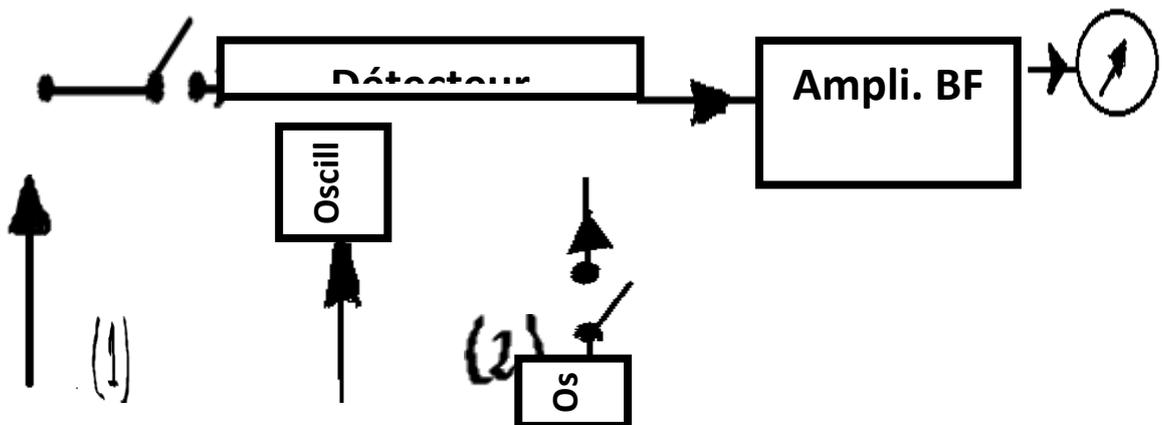


Fig. V.18. Principe de mesure des

Fréquences élevées par application

f inconnues "battements".

i) on cherche un battement entre l'oscillateur à fréquence variable et le signal inconnu (interrupteur 1 fermé et 2 ouvert).

ii) on cherche ensuite des battements entre cet oscillateur et l'oscillateur à quartz qui encadrent le battement précédent (1 ouvert, 2 fermé).

iii) Il suffit ensuite de faire l'interpolation entre ces deux fréquences connues avec une grande précision.

On peut remarquer, que du fait que le battement a lieu chaque fois qu'est vérifiée la relation

$nf = mf'$, le battement le plus puissant correspond $n = m = 1$. Alors, on voit qu'un peut faire des mesures à des fréquences extérieures à l'intervalle de variations de la fréquence f .

B-4.2. Réception radiophonique :

En radiodiffusion, on utilise souvent des transmissions sur de larges gammes de fréquences. De plus, sur une même gamme (les petites ondes par exemple) on peut constater que les signaux émis sont reçus dans une bande allant de **520 à 1605 KHZ** (gamme PO). Le problème qui se pose généralement est de trouver un moyen pour pouvoir exploiter toute les stations émettrices réparties dans cette gamme avec le même poste récepteur sans qu'on soit, à chaque fois, obligé à modifier son schéma électrique interne.

Pour résoudre ce type de problème, on utilise la méthode dite "battement". Cette méthode consiste à mettre en œuvre deux circuits qui, quelle que soit la transmission doivent être résonants à deux fréquences différentes, la relation entre elles est une constante qu'on doit maintenir sur toute la gamme. Cette relation entre les deux fréquences s'écrit comme suit :

$$f_{osc} - f_{sig} = f_i \quad (v.56)$$

ou f_{soc} est la fréquence de l'oscillateur, f_{sig} la fréquence de la station désirée et f_i la fréquence intermédiaire (en AM elle est égale à **455 KHz** et en FM égale à **10,7 MHz**).

Donc, le principe de telle méthode se résume à ce qu'on doit maintenir constante la différence de fréquence entre la fréquence de l'oscillateur et celle du circuit résonant du signal.

Dans la pratique, l'étage d'entrée (circuit d'antenne) est accordé par un condensateur variable sur la fréquence de l'émetteur à recevoir. Alors que, l'oscillateur local, est accordé par un autre condensateur variable sur une fréquence qui, en interférant avec celle à recevoir donne un battement de fréquence correspondant à la fréquence intermédiaire f_i . Les deux condensateurs variables sont commandés par le même axe. On le note souvent par les lettres (C.V).

On a deux façons différentes, pour une même valeur de la d'obtenir un battement entre le signal à recevoir et l'oscillateur local :

$$f_{soc} - f_{sig} = f_i \quad (\text{battement supérieur}) \quad (V.57)$$

$$\text{ou} \quad f_{sig} - f_{osc} = f_i \quad (\text{battement inférieur}) \quad (V.58)$$

L'utilisation de l'un ou de l'autre des deux battements est conditionnée par la gamme de fréquence à recevoir. Il est d'usage, qu'en petite et grandes ondes (po et GO) d'utiliser le battement supérieur,

Alors en ondes courtes

(oc), on peut aussi bien utiliser le battement supérieur que le battement inférieur à condition d'avoir des condensateurs variables (cv) de même valeur, sinon on est obligé de conservé le battement supérieur. Le phénomène de ce double battement peut conduire aussi à des situations délicates et indésirables, car il peut y avoir des fréquences images qui peuvent entrainer des brouillages et des Interférences gênantes.

Par exemple si, nous fixons f_{osc} à **986 KHz** en gamme po ; la f_i est souvent prise égale à **455 KHz**,

On aura la situation suivante :

-d'une part, on peut recevoir la station située à :

$$f_{sig} = f_{osc} - f_i = 986 - 455 = 531 \text{ KHz.} \quad (\text{Chaîne une : RTA})$$

et d'autre part, on peut simultanément recevoir une station parasite située à :

$$f_{sig} = f_{osc} + f_i = 986 + 455 = 1041 \text{ KHz} \quad (\text{Station image})$$

qui se trouve localisée, elle aussi dans la même gamme po (.520 à 1605 KHz). Une telle situation est désagréable et nécessite d'être corrigée. Pour éviter ce type de problème, on doit soit augmenter la valeur de la f_i , soit augmenter la sélectivité du circuit résonant correspondant à l'étage d'entrée (circuit d'antenne). C'est cette dernière solution qui est retenue dans les réalisations pratiques.

En GO, les fréquences images ne sont pas trop gênantes, mais si par hasard le récepteur se trouve situer près d'une antenne émettrice en po cette station peut être reçue en GO.

Par exemple si on règle le récepteur sur $f_{sig} = 171 \text{ KHz}$ (Midi-1), et qu'on est situé près d'une station puissante émettant sur la fréquence $f' = 1081 \text{ KHz}$ en po. Cette dernière station correspond exactement à la fréquence image de celle captée en GO et sera par conséquent reçue au même titre que la première.

On peut aussi avoir des interférences avec des harmoniques ou les sous harmoniques de la f_i si on se place au voisinage d'une station GO d'émissions trop puissantes. Ce qui augmente le risque de brouillage sur plusieurs stations à la fois.

Chapitre VI

Le Q-mètre

VI-3.1.Mode de connexion direct :

Quand on utilise ce mode de connexion les indications de l'appareil permettent seulement de trouver le facteur de qualité Q , l'inductance équivalente à la résistance série s et la capacité répartie d d'une bobine.

Ainsi, la gamme de mesure couverte par Q et L est indépendante de la valeur de l'inductance et de la fréquence de mesure,

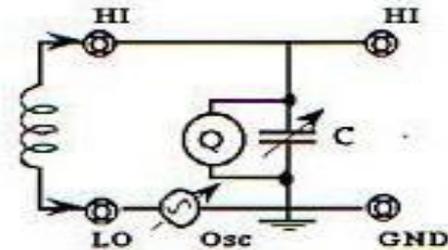


Fig.VI.4. Le mode de connexion dire

Fig-VI.4. Mode de connexion dite « Direct ».

car ,a chaque fois, elles doivent satisfaire la relation mathématique:

$$(2\pi f)^2 LC = 1 \quad (VI.2)$$

Donc, ces considérations conduisent à mettre en évidence des gammes limites de mesure quand on utilise ce mode de connexion avec l'appareil seul (sans utilisation d'autres équipements supplémentaires).Ce qui nécessite d'utiliser d'autres méthodes de connexion dites "méthode de mesure série" ou "méthode de mesure parallèle".

VI.3.2.Mode de connexion parallèle :

ce mode de connexion est préférable pour la mesure des hautes impédances, c'est à dire les inductances fortes, les résistances fortes et les capacités faibles.

La mesure est faite par la méthode de recteur avec le Q - mètre , successivement substitution . Cette méthode consiste à faire résonner une inductance connue choisi parmi un lot fourni par le constructeur avec le Q - mètre , successivement.

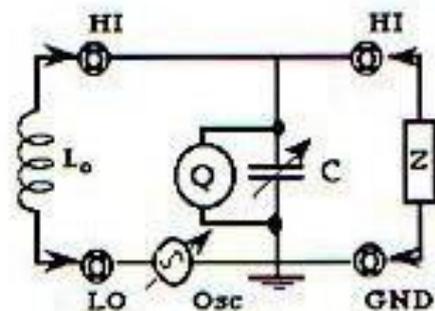


Fig.VI.5. Le mode de connexion parallèle.

Fig-VI.4. Mode de connexion dite

en l'absence puis en présence du dipôle Z. Le choix de l'inductance de référence L_0 , compte tenu des caractéristiques du condensateur variable de l'appareil, est fixée par la fréquence de mesure utilisée.

VI-3.3. Mode de connexion série :

Ce mode connexion est pratique pour la mesure des faibles impédances telle que les faibles inductances, les faibles résistances et les fortes capacités. Ici également, on utilise la méthode de substitution pour réaliser les mesures.

Cette méthode consiste à réaliser la résonance à l'aide d'une inductance L_0 connue, avec la capacité variable de l'appareil, successivement en l'absence puis en présence du dipôle Z.

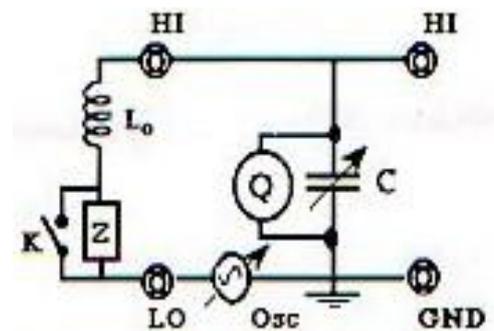


Fig.VI.6. Le mode de connexion série

Fig-VI.6. Mode de connexion « série ».

VI-4. Opérations théoriques :

Comme on cherche toujours à réaliser d'une bobine ou d'un condensateur un élément très réactif, la résistance interne qu'il présente entre ses bornes doit être la plus faible possible devant la réactance.

Donc, le facteur de qualité, qui est le quotient de la réactance par la résistance, caractérise en effet, l'approximation avec laquelle on peut considérer ces éléments comme purement réactifs.

VI-4.1. Facteur de qualité d'un dipôle :

VI-4.1.1. Cas d'une bobine :

l'impédance de la bobine s'écrit : $Z = r + jX$ et le facteur de qualité Q devient :

$$Q = \frac{|X|}{r} \quad (\text{IV.3})$$

$$Z = \frac{|X|}{r} + jX \quad (\text{IV.4})$$

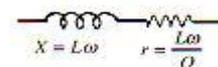


Fig-VI.6-a. Bobine réelle.

l'ordre de grandeur de Q pour une bobine réelle à une pulsation pas trop basse est de l'ordre de 100 à 300.

VI.4.1.2. Cas d'un condensateur :

pour un condensateur, on peut utiliser l'un ou l'autre des deux schémas équivalents suivants:



Fig-VI.6-b. Condensateur réelle.

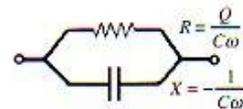


Fig-VI.6-b. Condensateur réelle.

$$X = -\frac{1}{C\omega} \quad r = \frac{1}{Q C\omega}$$

$$Z = r + j X$$

$$Q = \frac{|X|}{r} \quad \text{et} \quad X = -\frac{1}{C\omega} \quad Z = \frac{G}{G^2 + B^2} - j \frac{B}{G^2 + B^2} = r' + j X'$$

$$Q = \frac{1}{r C\omega} \quad r = \frac{1}{Q C\omega} \quad Q = \frac{|X'|}{r'} = \frac{|B|}{G}$$

$$Z = \frac{|X|}{r} + j X \quad Y = \frac{|B|}{Q} + j B$$

(VI.5-6)

VI-4.2. Facteur de qualité de deux dipôles en série :

$$Z_T = Z_1 + Z_2 \rightarrow Q_T$$

$$Z_1 = r_1 + jX_1 \rightarrow Q_1 = \frac{|X_1|}{r_1}$$

$$Z_2 = r_2 + jX_2 \rightarrow Q_2 = \frac{|X_2|}{r_2}$$

'impédance totale s'écrira alors :

$$Z_T = (r_1 + r_2) + j(X_1 + X_2) = r + jX$$

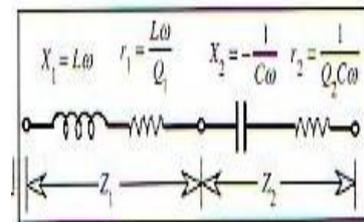


Fig-VI.6-b. Condensateur réelle.

A la résonance, nous aurons :

$$Z_T = 0 \Rightarrow (X_1 + X_2) = 0 \Rightarrow |X_1| = |X_2| \quad (\text{VI.8})$$

Et comme : $r = r_1 + r_2$ donc :

$$r = \frac{|X_1|}{Q_1} + \frac{|X_2|}{Q_2} = |X_1| \left(\frac{1}{Q_1} + \frac{1}{Q_2} \right) \quad (\text{VI.9})$$

Alors :

$$\frac{r}{|X_1|} = \frac{1}{Q} = \left(\frac{1}{Q_1} + \frac{1}{Q_2} \right) \quad (\text{VI.10})$$

D'où :

$$\frac{1}{Q} = \left(\frac{1}{Q_1} + \frac{1}{Q_2} \right) \quad (\text{VI.11})$$

VI-4.3. facteur de qualité d'une forte impédance :

Pour cela, on utilise le montage parallèle et on effectue les deux opérations suivantes :

***K : ouvert**

On obtient la résonance avec une valeur C_1 du condensateur variable tel/ d'une bobine de calibre fournie.

A la résonance, on peut écrire la relation : «parallèle».

$$L_1 C_1 \omega_0^2 = 1 \text{ et } r_1 = \frac{l_1 \omega_1}{Q_1} = \frac{1}{Q_1 C_1 \omega_0} \quad (\text{VI.12})$$

****K : fermé**

L'impédance du dipôle en parallèle avec le condensateur sera alors donnée par :

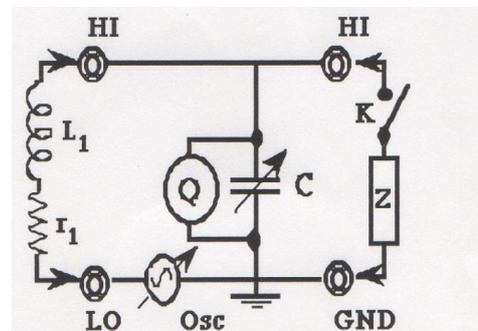


Fig.VI.7. La méthode de mesure dite

Fig-VI.7. La méthode de mesure dite « parallèle ».

$$Y' = G + J(B + C_2\omega)^2 \Rightarrow Z' = (Y')^{-1} = \frac{G}{G^2 + (B + C_2\omega)^2} - J \frac{B + C_2\omega}{G^2 + (B + C_2\omega)^2} \quad (\text{VI.13})$$

Et comme par hypothèse Z' est supposée être une impédance de très forte valeur, donc à priori on a

$$G^2 \ll (B + C_2\omega)^2$$

$$Z' = \frac{G}{(B + C_2\omega)^2} - J \frac{1}{G^2 + (B + C_2\omega)^2} \quad (\text{VI.14})$$

L'impédance totale du circuit sera alors :

$$Z' = r_1 + \frac{G}{(B + C_2\omega)^2} + J \left[L_1\omega - \frac{B + C_2\omega}{G^2 + (B + C_2\omega)^2} \right] = r + JX \quad (\text{VI.15})$$

A la résonance on a :

$$\beta(Z_1) = 0 \Leftrightarrow \left[L_1\omega - \frac{B + C_2\omega}{G^2 + (B + C_2\omega)^2} \right] = 0 \Leftrightarrow C_1\omega = B + C_2\omega \quad (\text{VI.16})$$

D'où :

$$B = (C_1 - C_2)\omega \quad (\text{VI.17})$$

Le facteur de qualité correspondant à cette deuxième opération sera alors :

$$\frac{1}{Q_1} = \frac{r}{|X_1|} = \frac{1}{l_1\omega_1} \left(r_1 + \frac{G}{(B + C_2\omega)} \right) = \frac{r_1}{l_1\omega} + Gl_1\omega = \frac{1}{Q_1} + \frac{G}{C_1\omega} \quad (\text{VI.18})$$

Donc :

$$G = C_1 \frac{(Q_1 - Q_2)}{Q_1 Q_2} \omega = C_1 \frac{\Delta Q}{Q_1 Q_2} \omega \quad (\text{VI.19})$$

D'où :

$$\Delta Q = (Q_1 - Q_2)$$

Le facteur de qualité du dipôle inconnu est calculé à partir de la relation :

$$Q = \frac{|B|}{G} = \frac{(C_1 - C_2)Q_1 Q_2}{\Delta Q C_1} \quad (\text{VI.20})$$

VI.4.4. facteur de qualité d'une faible impédance :

Dans ce cas, nous avons vu que le montage qui convient est le montage série.

De manière analogue à celle du montage précédant, on effectue les deux opérations suivantes :

*K : ouvert

A la résonance, on aura la relation :

$$L_1 C_1 \omega_0^2 = 1 \text{ et } r_1 = \frac{l_1 \omega_1}{Q_1} = \frac{1}{Q_1 C_1 \omega_0} \quad (\text{VI.12})$$

**K : ferm

Si, l'impédance Z du dipôle inconnu est de la forme $Z=r'+jX'$, alors celle du circuit sera décrite par :

$$Z_1 = (r_1 + r') + j(l_1 \omega + X' - \frac{1}{c_2 \omega}) = r + jX \quad (\text{VI.21})$$

A la résonance, on aura :

$$\Re(Z_1) = 0 \Leftrightarrow [L_1 \omega - X' \frac{1}{c_2 \omega}] = 0 \Leftrightarrow X' = \left(\frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_1} \right) \frac{1}{\omega} \quad (\text{VI.22})$$

DONC :

$$X' = \left(\frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_1} \right) \frac{1}{\omega} \quad (\text{VI.23})$$

Le facteur de qualité du circuit est donné par la relation :

$$\frac{1}{Q_2} = (r_1 + r') C_2 \omega = r_1 C_2 \omega + r' C_2 \omega = r_1 C_2 \omega \frac{C_2}{C_1} + r' C_2 \omega \quad (\text{VI.24})$$

Donc :

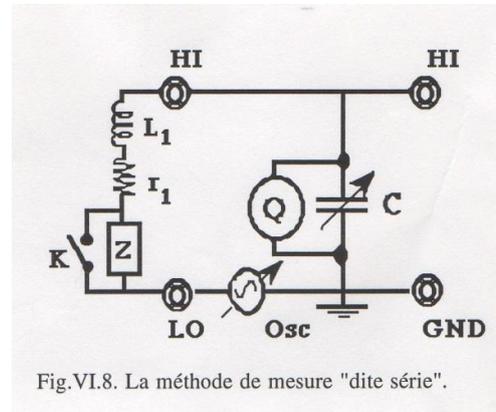


Fig.VI.8. La méthode de mesure "dite série".

Fig-VI.8. La méthode de mesure dite « série ».

$$\frac{1}{Q_2} = \frac{C_2}{C_1} \frac{1}{Q_1} + r' C_2 \omega \Leftrightarrow r' = \left(\frac{1}{Q_2 C_2} - \frac{1}{Q_1 C_1} \right) \frac{1}{\omega}$$

Le facteur de qualité du dipôle est défini par :

(VI.26)

$$Q = \frac{|\dot{X}|}{\dot{r}} = (C_2 - C_1) \frac{Q_1 Q_2}{Q_1 C_1 - Q_2 C_2}$$

.5. Mesures et applications :

.5.1. Mesures d'une forte inductance L :

Avec le Q -mètre, on peut relever les valeurs mesurables des grandeurs suivants : C_1, C_2, ω, Q_1 et Q_2 en effectuant les diverses opérations de mesures. L'inductance L , le facteur de qualité Q , la résistance équivalente parallèle R_d et la conductance équivalente parallèle G_a d'une bobine inconnue est ensuite déduite des relations suivantes :

(VI.27-a)

$$L = \frac{1}{(C_2 - C_1)\omega^2} \text{ En } [H]$$

(VI.27-b)

$$Q = \frac{Q_1 Q_2 (C_2 - C_1)}{\Delta Q C_1} \text{ Sans } [Dim]$$

(VI.27-c)

$$R_p = \frac{Q_1 Q_2}{\Delta Q C_1} \frac{1}{\omega} \text{ En } [\Omega]$$

Dans le cas où ($C_2 < C_1$), une capacité apparente apparaît aux hautes fréquences supérieures à la fréquence de résonance propre de la bobine f_0 . Cette capacité apparente sera donnée par : $C_a = C_2 - C_1$, ce qui permet la conductance équivalente parallèle donnée par :

(VI.27-c)

$$G_a = \frac{\Delta Q C_1}{Q_1 Q_2}$$

VI. 5.2. Influence de la capacité répartie sur la mesure des paramètres d'une bobine :

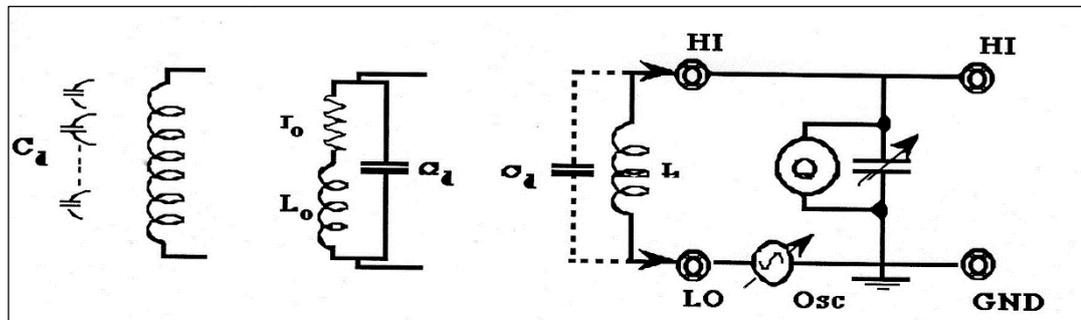


Fig.VI.9. Méthode de mesure de la capacité des inductances.

Une bobine possédée en général, une capacité répartie C_d (fig.VI.19). Sa fréquence propre de résonance (appelée aussi auto-résonance) f_0 est déterminée uniquement par L_0 et C_d . Si, on considère les facteurs de qualités mesurés par l'appareil Q_i et Q_t en l'absence et en présence la capacité répartie respectivement, ces deux grandeurs sont reliées entre elles par un facteur de correction qui est fonction des deux capacités variable et répartie (C et C_d) :

(VI.29)

$$\frac{f_1}{f_0} = \left[\frac{C_d}{C_d + C} \right]^2$$

En effet, la présence de la capacité répartie dans une bobine affecte sérieusement l'indication de l'appareil et les mesures de fréquence.

En B.F. l'impédance de la capacité répartie C_d est tellement fort que effet devient négligeable sur le circuit résonant. Dans ce cas, les grandeurs déduites des indications de l'appareil sont l'inductance L_0 , La résistance série r_0 et le facteur de qualité $Q = \frac{L_0 \omega}{r_0}$.

En H.F., par contre, la bobine avec C_d , développe une résonance parallèle propre. Or, l'impédance du circuit au voisinage de cette fréquence de résonance augmente considérablement. Ainsi, les valeurs d'inductance L_0 et de résistance r_0 mesurées par l'appareil seraient supérieures a leurs valeurs réelles, et par conséquent, les valeurs de Q seraient sous évaluées. C_d Est exprimée par la relation suivante :

$$C_d = \frac{C_1}{\left(\frac{f_0}{f_1}\right)^{-1}}$$

OÙ C_1 est la capacité du condensateur variable qui a permis de réaliser la résonance série de fréquence f_1 .

Si on prend le cas où : $f_0 \gg f_1$ C_d sera donnée par :

$$C_d \cong \left(\frac{f_1}{f_0}\right)^2 C_1 \quad (\text{VI.31})$$

Dans la pratique, on utilise une méthode approximative pour mesurer les capacités réparties des bobines dont la valeur est supérieure ou égale à 10 pF. On procède comme suit :

On fixe C_1 , la capacité du condensateur variable, et on cherche la résonance en faisant varier la fréquence

Soit f_1 , cette fréquence de résonance. Ensuite, on choisit arbitrairement une fréquence $f_2 = f_1/n$ où n est un entier naturel ($n=1,2,\dots$) et on cherche à nouveau la résonance en faisant varier la capacité du condensateur variable C . Soit C_2 la valeur qui réalise cette résonance. C_d est alors donnée par la relation suivante :

$$C_d = \frac{C_1 - n^2 C_2}{n^2 - 1} \quad (\text{VI.32})$$

$$\text{Ou } n = \frac{f_1}{f_2}$$

Si de plus on pose : $f_2 = \frac{f_1}{2}$ on aura :

(VI.33)

$$C_d = \frac{C_2 - 4C_1}{3}$$

Dans ce cas l'incertitude sur $C_d = \pm 2pF$.

Le facteur de correction est alors exprimé par :

$$\frac{C + C_d}{C} = 1 + \frac{C_d}{C} \quad (\text{VI.34})$$

De plus si ($C_2 > C_1$), il devient capacitif de capacité :

$$C_p = C_1 - C_2 \quad (\text{VI.38-c})$$

et si ($C_2 < C_1$), il devient inductif d'inductance :

$$L = \frac{1}{(C_2 - C_1)\omega} \quad (\text{VI.38-d})$$

VI.5.5. Mesure de la constante diélectrique d'un isolant

La constante diélectrique d'un matériau isolant $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_s$ est calculée à partir de la mesure de capacité. Cette capacité est mesurée en plaçant ce matériau isolant entre une paire d'électrodes de dimensions connues avec précision. Pour réaliser cela, on doit associer avec le Q-mètre un adaptateur de test diélectrique. Il est constitué d'une paire d'électrodes de précision en forme de micromètre dont l'épaisseur T_x interélectrode est variable. Leur diamètre est choisi de telle façon à simplifier les calculs associés aux mesures. Car, il est connu que, la capacité d'un tel dispositif est donnée par :

$$C = \frac{s \cdot 10^{-2}}{36\pi \cdot 10^9 T_0} \quad (\text{en pF}) = \frac{s}{3.6\pi T_0} \quad (\text{en pF}) \quad (\text{VI.39})$$

Donc, si on choisit le diamètre des électrodes (comme égale à **38 mm** pour un **H.P. 4342 A** par exemple), la capacité C sera alors exprimée en $\frac{1}{T_0}$ (p F) ou T_0 est l'épaisseur du diélectrique (matériau isolant).

Exemple :

A titre d'indication, voici les caractéristiques d'un type d'adaptateur associé au Q-mètre pour la mesure des constantes diélectriques.

Diamètre des électrodes : $\varnothing_0 \cong 38 \text{ mm}$ Espacement interélectrodes : T_x de **0 à 10 mm** (résolution **0.02 mm**) Paramètres résiduels : $C_0 \cong 5 \text{ pF}$; $L_0 \cong 40 \text{ mH}$

Le minimum mesurable du facteur de dissipation $D = tg\delta = 1 \cdot 10^{-4}$

Etapas suivantes :

Première étape: Le Q-mètre seul, muni d'une bobine d'étalonnage permet de donner à la résonance 1 couple de valeurs (C_1 et Q_1).

Deuxième étape : Le Q-mètre avec en parallèle avec l'adaptateur à vide permet de donner (C_2 et Q_2).

La distance interélectrode T_x doit être réglée égale à l'épaisseur de l'échantillon .

Troisième étape : Le Q-mètre avec en parallèle avec l'adaptateur à charge conduit à déterminer (C_3 et Q_3).

Quatrième étape : On retire l'échantillon et on fait varier soit l'épaisseur T_x en maintenant constante la

Capacité du condensateur variable (**C.V.**) jusqu'à l'obtention de l'épaisseur T_0 qui

réalise la résonance, soit on fait varier la capacité du (**C.V.**) en gardant T_x égale à l'épaisseur de l'échantillon. On déduit soit (T_0 ou C_4) et Q_4).

Alors, la capacité inductive spécifique de l'échantillon est donnée par :

$$\varepsilon_s = T_x / T_0 \quad (\text{VI.40-a})$$

La constante diélectrique sera égale à :

$$\varepsilon = \varepsilon_s \varepsilon_0 = \frac{T_x}{T_0} .8,855 \cdot 10^{-12} \text{ (F / m)} \quad (\text{VI.40-b})$$

La capacité de l'échantillon tenu entre les électrodes st donnée par :

$$C_x = \frac{1}{T_0} \text{ (pF)} = C_4 - C_3 + \frac{1}{T_x} \text{ (pF)} \quad (\text{VI.41})$$

Aussi, la conductance équivalente parallèle G_x de l'échantillon peut être déduite par :

$$C_1 \frac{\Delta Q}{Q_2(Q_2 - \Delta Q)} \quad (\text{VI.42})$$

$$\text{ou : } (Q = Q_2 - Q_3)$$

Le facteur de dissipation **D** est donné par :

$$(\text{VI.43})$$

$$D = \text{tg } \delta = C_1 T_0 \frac{\Delta Q}{Q_2(Q_2 - \Delta Q)} \cdot 100 = \frac{C_1}{C_x} \frac{\Delta Q}{Q_2(Q_2 - \Delta Q)} \cdot 100 = \frac{G_x}{2\pi f C_x}$$

$$\text{et : } Q_x = D^{-1} = (\text{tg } \delta)^{-1}$$

VI.5.6. Mesure des faibles inductances :

Comme pour le cas des faibles résistances et des fortes capacités, on utilise le montage de mesure série. Ensuite, on procède de la même façon que le processus décrit aux paragraphes précédents. Les grandeurs à déterminer sont alors données par les expressions suivantes :

$$(\text{VI.44-a}) \quad L_s = \frac{C_1 - C_2}{C_1 C_2 \omega^2}$$

$$(\text{VI.44-b}) \quad Q = \frac{Q_1 Q_2 (C_1 - C_2)}{C_1 Q_1 - C_2 Q_2}$$

$$(\text{VI.44-c}) r_s = \frac{C_1 Q_1 - C_2 Q_2}{C_1 C_2 Q_1 Q_2 \omega}$$

VI.5.7. Mesure des fortes capacités > 450 pF :

L'essentiel des résultats de mesure concernant ce cas sont résumés dans ce qui suit :

$$(\text{VI.45-a}) \quad C_s = \frac{C_1 C_2}{C_2 - C_1}$$

$$Q = \frac{Q_1 Q_2 (C_1 - C_2)}{C_1 Q_1 - C_2 Q_2}$$

$$r_s = \frac{C_2 Q_2 - C_1 Q_1}{C_1 C_2 Q_1 Q_2 \omega} \quad (\text{VI.45-c})$$

VI.5.8. Mesure des faibles résistances :

Dans ce cas, les présentes grandeurs mesurées sont exprimées par les relations suivantes :

$$r_s = \frac{C_1 Q_1 - C_2 Q_2}{C_1 C_2 Q_1 Q_2 \omega} \quad (\text{VI.46})$$

Si le dipole est purement résistif, donc : $C_1 = C_2$, alors :

$$(\text{VI.47}) \quad r = \frac{\Delta Q}{C_1 Q_1 Q_2 \omega}$$

Avec : $\Delta Q = (Q_1 - Q_2)$.

Si, le dipole est réactif, alors sa réactance devient :

$$L_s = \frac{C_1 - C_2}{C_1 C_2 \omega^2} \quad (\text{VI.48})$$

Mesure en parallèle	Mesure en série
Le facteur de qualité effectif $Q = \frac{Q_1 Q_2 (C_2 - C_1)}{\Delta Q C_1}$	Le facteur de qualité effectif $Q = \frac{Q_1 Q_2 (C_1 - C_2)}{C_1 Q_1 - C_2 Q_2}$
Le résistance effective parallèle $R_p = \frac{Q_1 Q_2}{\Delta Q C_1} \frac{1}{\omega}$	Le résistance effective parallèle $r_s = \frac{C_1 Q_1 - C_2 Q_2}{C_1 C_2 Q_1 Q_2 \omega}$
La reactance effective parallèle $X_p = \frac{1}{(C_2 - C_1) \omega}$	La reactance effective sèrie $X_s = \frac{(C_1 - C_2)}{C_1 C_2 \omega}$
L'inductance effective parallèle $L = \frac{1}{(C_2 - C_1) \omega^2}$	L'inductance effective sèrie $L_s = \frac{C_1 - C_2}{C_1 C_2 \omega^2}$
La capacité effective parallèle $C_p = C_1 - C_2$	La capacité effective parallèle $C_s = \frac{C_1 C_2}{C_2 - C_1}$

VI.5.9 Tableau récapitulatif :

Chapitre VII

Mesure des grandeurs magnétiques

De plus, cette méthode permet de mesurer la mobilité des porteurs libres et leur nature si on connaît la résistivité du matériau.

Pour le schéma de principe qui correspond au cas de la figure (VII.1) ci-dessus, si nous écrivons les forces électriques et électromagnétique agissant sur électron, nous aurons M

$$\vec{F} = (-q)\vec{E} \text{ d'une part, et } \vec{F} = (-q)\vec{v} \otimes \vec{B} \text{ d'autre part} \quad (\text{VII.12})$$

A l'équilibre, ces deux forces deviennent égales :

$$\vec{F} E = \vec{F} B \Rightarrow (-q) \vec{E} = (-q) \vec{v} \otimes \vec{B} \Rightarrow EH = vB \quad (\text{VII.13})$$

Ce qui crée une tension de Hall :

$$V_H = EH.c = vBc \quad (\text{VII.14})$$

On peut facilement démontrer que la densité de courant (nombre de porteurs de charges par unité de surface)

peut être exprimée par la relation suivante :

$$J = (-q)nv \quad \text{d'où le courant : } I = J.s = (-q)nv. bc \quad (\text{VII.15})$$

En utilisant cette dernière relation, l'expression (VII.14) de la tension Hall V_H devient :

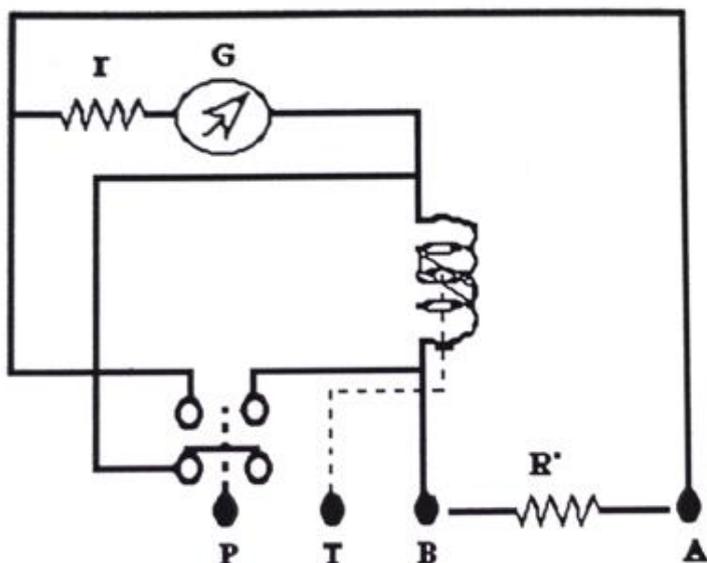
$$V_H = vBc = \frac{I}{(-q)n} \frac{B}{b} = \frac{1}{(-q)n} \frac{BI}{b} = RH \frac{BI}{b} \quad (\text{VII.16})$$

Donc :

$$RH = \frac{1}{(-q)n} \quad (\text{VII.17})$$

RH est appelé constante de Hall.

L'expression de l'induction \vec{B} sera donnée par :

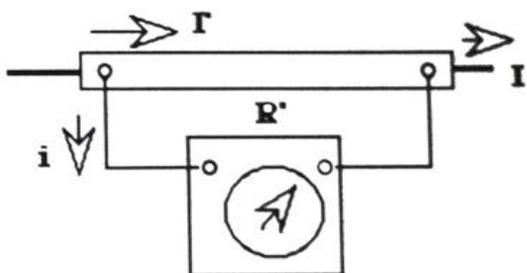


P : Boutin poussoir permettant de court-circuiter l'élément de mesure et réglage de l'aiguille .

T : Bouton de commande de l'aiguille .

Fig.VII.0. principe de mesure directe du flux magnétique ϕ et de l'induction \vec{B} par fluxmètre.

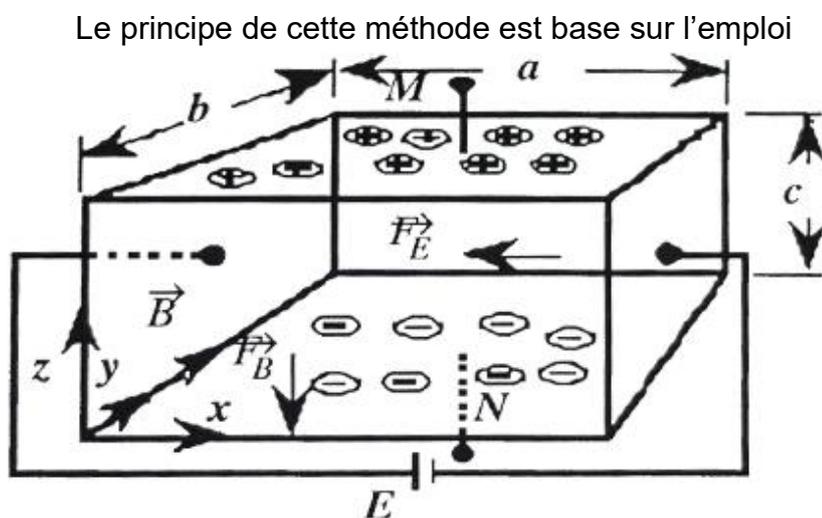
VII.3.1. Mesure de l'inductance magnétique B par effet Hall :



d'une plaquette mince d'un semiconducteur de dimensions connues a, b et c que l'on dispose de façon normale a un champ d'induction magnétique \vec{B} qu'on veut mesurer .

On applique une tension continue E sur deux cotés parallèles .

La présence des deux champs électrique \vec{E}_m et magnétique \vec{B} entraîne une accumulation de charges sur les parties supérieures et inférieures de l'échantillon. Entre ces deux faces va apparaître une tension appelée tension de Hall .



Le principe de cette méthode est basé sur l'emploi

Fig.VII.1. Principe de la méthode d'effet Hall.

On utilise cette tension pour mesurer le champ d'induction magnétique \vec{B}

Chapitre VIII

Le logomètre et ses applications

Bibliographie

Table des matières

Chapitre I : Précision de la mesure	1
I.1.1 Les erreurs de mesure.....	1
I.1.1. Nature des erreurs.....	1
a) Erreurs systématiques.....	1
b) Erreurs accidentelles.....	2
c) Erreurs grossières.....	2
I.1.2. Définitions.....	2
a) L'erreur absolue.....	2
b) La correction.(c).....	2
c) L'erreur relative.....	3
I.1.3 De l'erreur à l'incertitude.....	3
a) Définition de l'incertitude.....	3
b) Incertitude absolue.....	3
c) Incertitude relative.....	3
I.2. Evaluation de l'incertitude systématique.....	4
I.2.1 Incertitude de méthode.....	4
a) Calcul de l'incertitude absolue.....	4
b) Calcul de l'incertitude relative.....	4
c) Exemples.....	6
d) Applications.....	6
I.2.2. Incertitude de lecture.....	8
I.2.3. Incertitude de classe.....	8
I.2.4. Incertitude d'étalon inerte.....	9
a) Incertitude inscrite en claire.....	9
b) Incertitude codée.....	9
I.3. Détermination de l'incertitude accidentelle : méthodes statistique.....	13
I.3.1. Exemple statistique.....	13
I.3.2. Cas Gaussien.....	14

II.2.2 La justesse (précision).....	30
II.2.3. La sensibilité.....	30
II.2.4. La robustesse.....	30
II.2.5. La rigidité diélectrique.....	31
II.2.6. La rapidité d'indication.....	31
II.2.7. La fiabilité.....	31
II.2.8. Le calibre.....	31
II.2.9. La classe.....	31
II.3. Mécanismes de fonctionnement des équipages mobiles	32
II.3.1. Equation de mouvement.....	32
II.3.2. Mouvement libre	32
a) Mouvement non amorti.....	33
b) Mouvement amorti.....	33
c) Calcul de la première amplitude du mouvement de l'équipage.....	35
II.3.3. Mouvement forcé.....	36
a) Couple moteur constant.....	36
b) Couple moteur périodique.....	36
c) Cas particulier.....	38
II.4. Exemple D'illustration fournies sur le cadran de l'appareil.....	40
<u>Chapitre III : Exemples d'appareils de mesure</u>	43
III.1.Appareils magnétoélectriques	43
A. Galvanomètre à cadre mobile	43
A.1. principe de fonctionnement	43
A.1.1.Le champ magnétique	43
A.1.2. L'équipage mobile.....	44
A.2. Bilan des couples exercés sur le cadre.....	45
A.2.1. Le couple électromagnétique.....	45
A.2.2. Le couple de freinage induit.....	45
A.2.3. Le couple de torsion.....	47

B. le wattmètre en régime sinusoïdal	67
B.1. Puissance instantanée, puissance moyenne et puissance complexe.....	67
B.1. 1 Puissance instantanée	67
B.1.2.. Puissance moyenne.....	68
B.1.3. Puissance complexe.....	68
B.2. Principe de fonctionnement.....	69
C. Mesure de puissance.....	70
C.1.Mesure directe.....	70
C.2. Mesure indirecte.....	70
C.2.1. Méthode des trois ampèremètres.....	70
C.2.2. Méthode des trois voltmètres.....	71
C.2.3. Méthode des deux wattmètres.....	71
III.3. Appareils à induction	72
A. Le compteur d'énergie électrique	74
<u>Chapitre IV : Les ponts de mesure</u>	77
IV.1. Les ponts en continu.....	77
IV.1.1. Principe.....	77
IV.1.2. Équilibre du pont.....	78
IV.1.3. Sensibilité du pont.....	78
IV.1.4. Pont de Wheatstone.....	80
IV.1.5. Pont double de Thomson.....	81
IV .2. Les ponts en alternatif.....	82
IV.2.1. Principe.....	82
IV.2.2. Ponts en (P/Q).....	84
IV.2.3. Ponts en (P.Q).....	85
IV.3. Mesure de capacités.....	86
IV.3.1. Schémas équivalents.....	86
IV.3.2.Facteur de dissipation ou de perte D.....	86
IV.3.3. Angle de perte.....	87

IV.3.4 Pont de Sauty-Wien.....	87
IV.3.5. Ppont de Nernest.....	88
IV.3.6 Pont de Schering.....	89
IV.4. Mesure d'inductance	91
IV.4.1. Schémas équivalents	91
IV.4.2. Facteur de qualité Q.....	91
IV.4.3. Angle de perte.....	92
IV.4.4. Pont de Siemens	92
IV.4.5. pont de Maxwell.....	93
IV4.6. Pont de Hay	93
IV.4.6. Pont de Owen	94
IV.4.7. Pont d'Anderson.....	95
IV.5. Mesure d'inductances mutuelles.....	96
IV.5.1. Pont de Carey-Foster.....	96
IV.5.2. Pont de Campbell.....	98
IV.5.3. Pont de Smith.....	99
IV.6. Mesure de fréquences.....	100
IV.6.1. Pont de wien-Robinson.....	100
IV.6.2. Pont en double T.....	101
IV.6.3. Pont résonant.....	102
<u>Chapitre v : méthodes de résonance et de battement.....</u>	103
A. Méthodes de résonance.....	103
A.1. Circuits résonants	103
A.1.1 Définition de la résonance.....	103
A.1.2. Circuits RLC résonants.....	103
A.1.3. Circuits résonants RLC série.....	103
a) Impédance du circuit.....	104
b) Intensité efficace du courant.....	104

Chapitre VI : Le Q-mètre	127
VI.1. Principe du Q-mètre.....	127
VI.2. Structure électronique de l'appareil.....	128
VI.3. Modes de connexions l'échantillon à mesure.....	129
VI.3.1. Mode de connexion direct.....	130
VI.3.2. Mode de connexion parallèle.....	131
VI.3.3. Mode de connexion série.....	132
VI.4. Opérations théoriques.....	133
VI.4.1. Facteur de qualité d'un dipôle	134
VI.4.1.1. Cas d'une bobine.....	135
VI.4.1.2. Cas d'un condensateur.....	136
VI.4.2. Facteur de qualité de deux dipôles en série.....	137
VI.4.3. Facteur de qualité d'une forte impédance.....	138
VI.4.4. Facteur de qualité d'une faible impédance.....	139
VI.5. Mesures et applications.....	140
VI.5.1. Mesure d'une forte inductance L.....	141
VI.5.2. Influence de la capacité répartie sur la mesure des paramètres d'une bobine.....	142
VI.5.3. Mesure d'une faible capacité < 450 pF.....	143
VI.5.4. Mesure des fortes résistances.....	144
VI.5.5. Mesure de la constante diélectrique d'un isolant.....	145
VI.5.6. Mesure d'une faible inductance.....	146
VI.5.7. Mesure d'une forte capacité > 450 pF.....	147
VI.5.8. Mesure d'une faible résistance.....	148
VI.5.9. Tableau récapitulatif.....	149
Chapitre VII : Mesure des grandeurs magnétiques	150
VII.1. Position du problème.....	151
VII.2. Définition des grandeurs magnétiques	152
VII.2.1. L'excitation magnétique H.....	153

VII.2.2. L'induction magnétique \vec{B}148

VII.2.3. Le flux magnétique ϕ 148

VII.2.4. La perméabilité des milieux magnétiques μ149

VII.2.5. Notion d'inductance (L et M).....149

VII.2.6. Notation de reluctance R150

VII.3. Méthodes et techniques de mesures.....151

VII.3.1. Mesure de l'inductance magnétique \vec{B} par effet Hall.....155

VII.3.2. Mesure de l'inductance magnétique \vec{B} par le tracé du cycle d'hystérésis157

VII.3.2.1. Courbe d'aimantation et cycle d'hystérésis.....157

VII.3.2.2. Tracé expérimental du cycle d'hystérésis.....158

Chapitre VII : Le logomètre et ses applications.....161

VIII.1. Principe du logomètre.....161

VIII.2. Logomètre magnétoélectrique.....162

VIII.3. Logomètre électrodynamique.....163

VIII.4. Applications.....164

VIII.4.1. Logophasmètre164

VIII.4.2. Logofréquencemètre167

Bibliographie :.....169

Table des matières :.....171

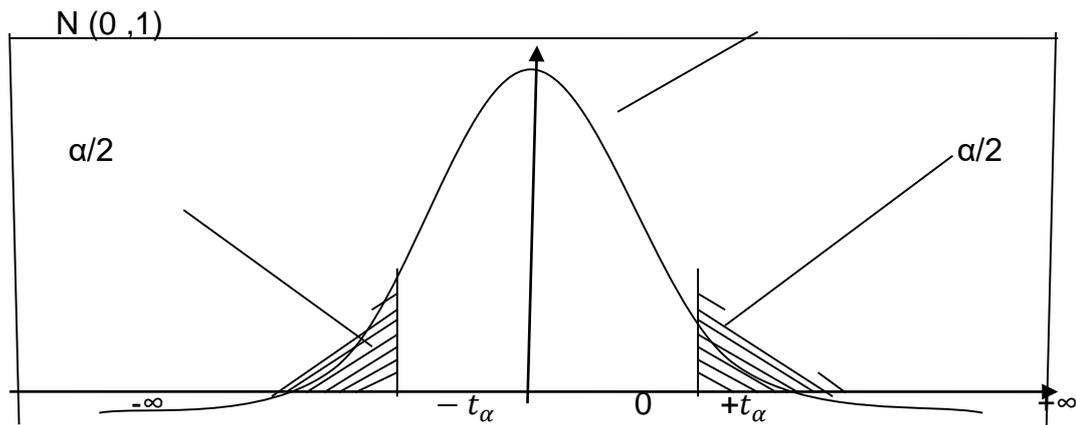
Index alphabétique :.....181

Annexe :.....185

Annexe

Table de "t Student"

Cette table donne, en fonction du nombre de mesure n , la probabilité α appelée aussi niveau de confiance pour que t égale ou supérieure, en valeur absolue une valeur t_α : $\Pr \{-t_\alpha \leq t \leq +t_\alpha\} = \alpha$ (c'est-à-dire comprise dans un intervalle de confiance délimitée par $|t_\alpha|$).



Exemple de lecture de table "t Student"

Supposons que le graphe d'une distribution du "t Student", à $n=10$ est celui donné ci-dessus ou A désigne l'aire hachurée à gauche et B celle hachurée à droite. Pour trouver les valeurs de t , telles que :

l'aire B égale $= 0.05$; l'aire A égale 0.01 ; et l'aire $1-(A+B)$ égale 0.99 .

Solution :

La table de t student fournit, pour $n=Cte$, $\Pr \{-t_\alpha \leq t \leq +t_\alpha\} = \alpha$, selon le schéma donné ci-dessus.

- L'aire $B = 0.05 = \alpha/2$, soit $\alpha = 0.10$. Donc, si $\Pr \{-t_\alpha \leq t \leq +t_\alpha\} = 0.10$ et $n = 10$ on aura alors la Valeur $t_\alpha = +1.833$.

- L'aire $A = 0.01 = \alpha/2$, soit $\alpha = 0.02$. Donc, si $\Pr \{-t_\alpha \leq t \leq +t_\alpha\} = 0.02$ et $n = 10$ on aura alors la Valeur $t_\alpha = -2.821$.

- L'aire $1-(A+B) = 0.995$, donc $A+B = 0.01 = \alpha$, ce qui donne $\Pr \{-t_\alpha \leq t \leq +t_\alpha\} = 0.01$ et $n = 10$, on aura alors la valeur $t_\alpha = -3.251$.

n	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
2	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	61,657
3	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
4	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
5	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
6	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,467	2,015	2,571	3,365	4,032
7	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
8	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
9	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
10	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
11	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,767	3,169
12	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
13	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
14	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
15	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
16	0,128	0,258	0,392	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,957
17	0,128	0,258	0,392	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
18	0,128	0,257	0,392	0,534	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
19	0,127	0,257	0,392	0,534	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
20	0,127	0,257	0,391	0,533	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
21	0,127	0,257	0,391	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
22	0,127	0,257	0,391	0,532	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
23	0,127	0,256	0,390	0,532	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
24	0,127	0,256	0,390	0,532	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
25	0,127	0,256	0,390	0,531	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
26	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
29	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
>30	0,126	0,253	0,385	0,524	0,675	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576

Index Alphabétique

A

Aimantation, 52, 148, 153, 154
Ampèremètre, 52, 53, 54, 55
-(résistance interne de 1'), 53, 54
Amplitude, 34, 35, 38, 39, 40
Amortissement, 32, 37, 38, 39
Appareil magnétoélectrique, 28
Apériodique, 34, 35, 37,

B

Bande passante, 109
Basse fréquence, 100, 101, 122, 123
Battement, 40, 103, 122, 123, 124, 125
Biais, 19

C

Cadre ampèremètre, 52, 53-
Cadre galvanomètre, 43, 44-
Cadre voltmètre, 54, 55-
Calibre, 8, 31, 56
Campbell (pont de -), 98
Caractéristique (résistance), 50, 51, 52-
Circuit RLC (série), 103-
Circuit RLC (parallèle), 113-
Classe d'un appareil, 8, 31
Coefficient d'amortissement, 32-39, 49-
Coefficient de perte, 87, 92
Courbes (de répartition), 23
Couples, 32, 45, 46, 47

Coupure (fréquence de -), 110
Courant, 6, 29, 43-, 52-, 56...
Croises (cadres-), 27, 28, 160-

D

Détecteur, 83, 123, 128
Déphasage, 39, 118
Disque, 29, 74

E

Ecart-type, 18
Echelle, 8, 40, 62
Electrique (champ-), 46
Electronique, 128
Efficaces (valeurs), 56-59, 68
Energie, 29, 74, 76

Equations de mouvement du galvanomètre, 47
- de l'ampèremètre, 53
- du voltmètre, 55
Erreurs absolue, 2
- relatives, 3
Erreurs (-accidentelles), 2, 13
Erreurs (-grossières), 2
Erreurs (-systématiques), 1, 13
Estimateur, 19
Etalonnage, 31
Etendue, 23
- méthode de l'-, 23
Etoile, 31

Excitation, 36-40, 148-156

F

Facteur de puissance, 68, 119- de qualité, 91-95

128-146, 104-112

- de surtension, 111

- de surintensité, 114

Filtre, 110

Flux, 45, 149

Fouccault, 74

Fourier (série), 36, 57

Fréquence, 100, 118, 122

Fréquentiel, 37

Frottement, 47

G

Galvanomètre, 43

Gauss, (distribution de), 14, 16

H

Hall (effet), 151

Harmonique, 38

Haute fréquence, 123

Homogènes, 3

Hystérésis, 153

I

Impédance complexe, 103

Incertitude absolue, 3, 4

- de codée, 9

- de classe, 8

- de lecture, 8

- relative, 3

- Intervalle de confiance, 22

J

Joule (effet), 27, 28

K

Khi-deux (loi de), 20

L, M

Magnétique (champ), 43, 147

Maxwell (pont de), 85, 93

Méthode de, 103

Modulation, 124

Moment, 45, 147

Montage amont, 6, 7, 67

- Aval, 6, 7, 67

Mouvement du cadre, 51-52

Moyenne, 16, 56,

N, O

Ohmmètre, 60

Optique, 51

Oscillation, 33, 38-39, 49

P

Phasemètre, 160

Pont de 77

périodique, 32, 57

Pseudo-périodique

Puissance active, 68

Q

Quadratique, 18

Q-mètre, 127-

R

Régime permanent, 36, 37

-transitoire, 36, 37

Reluctance, 150, 151

Résistance, 10, 11, 12, 80, 81, 82

Résonance, 102, 103-, 127-

S

Sélectivité, 115

Sensibilité, 51, 52

- de l'ampèremètre, 54

- du voltmètre, 56

Student (distribution de-), 19

Surtension, 111

T

Taux de présence, 21

Thomson (pont de-), 81

V

Vitesse, 46

Voltmètre, 54

W

Wattmètre, 63

Wheatstone (pont de-), 80

X, Y, Z

Zoom, 51