



DÉPARTEMENT GÉNIE CIVIL
UNIVERSITÉ BLAISE PASCAL - CLERMONT-FERRAND 2

CONSTRUCTION METALLIQUE

Résistances des sections et des barres

Eurocode 3
Version EN 1993-1-1

SOMMAIRE

| | |
|--|----|
| CARACTÉRISTIQUES MÉCANIQUES DES ACIERS DE CM | 3 |
| RÉSISTANCE DES SECTIONS ET DES BARRES | 4 |
| 1 - Préambule | 4 |
| 2 - Coefficients partiels | 4 |
| 1 - RÉSISTANCE DES SECTIONS TRANSVERSALES | 6 |
| 1 – Généralités | 6 |
| 2 - Caractéristiques des sections transversales | 7 |
| 2.1 - Aire brute | 7 |
| 2.2 - Aire nette | 7 |
| 3 - Effort axial de traction | 8 |
| 4 - Effort axial de compression | 9 |
| 5 – Moment fléchissant | 10 |
| 5.1 – Flexion simple | 10 |
| 5.2 - Flexion déviée | 11 |
| 6 – Cisaillement | 13 |
| 6.1 – Calcul plastique | 13 |
| 6.2 - Calcul élastique | 15 |
| 6.3 - Résistance au voilement par cisaillement | 16 |
| 7 – Moment fléchissant et effort tranchant | 16 |
| 8 – Moment fléchissant et effort axial | 17 |
| 8.1 – Flexion composée | 17 |
| 8.2 - Flexion composée déviée | 21 |
| 9 – Moment fléchissant, effort tranchant et effort axial | 22 |
| 2 – RÉSISTANCE DES BARRES | 23 |

| | |
|--|----|
| 1 – Les courbes européennes de flambement | 23 |
| 1.1 - Origine des courbes européennes de flambement | 23 |
| 1.2 - Élancement de référence et courbe d'Euler | 23 |
| 1.3 - Formulation des courbes européennes de flambement | 25 |
| 2 - Flambement des barres uniformes comprimées | 29 |
| 2.1 - Résistance au flambement | 29 |
| 2.2 - Courbes de flambement | 30 |
| 2.3 - Élancement pour le flambement par flexion | 33 |
| 2.4 - Élancement pour le flambement par torsion ou par flexion- torsion | 33 |
| 3 - Déversement des barres fléchies | 35 |
| 3.1 - Résistance au déversement | 35 |
| 3.2 - Courbes de déversement | 36 |
| 3.3 - Courbes de déversement pour profilés laminés ou sections soudées équivalentes | 37 |
| 4 - Barres uniformes fléchies et comprimées..... | 38 |
| 4.1 - Règles pour les barres de sections transversales de Classes 1 et 2 | 39 |
| 4.2 - Règles pour les barres de sections transversales de Classe 3 | 42 |
| 4.3 - Règles pour les barres de sections transversales de Classe 4 | 43 |
| 4.4 - Sensibilité à la déformation par torsion | 43 |
| 4.5 - Vérification aux extrémités de la barre | 44 |
| ÉTATS LIMITES DE SERVICE | 45 |
| 1 - Préambule | 45 |
| 2 – Les déplacements | 46 |
| 2.1 - Flèches verticales | 46 |
| 2.2 - Flèches horizontales | 47 |
| 3 – Les vibrations (effets dynamiques)..... | 48 |
| BIBLIOGRAPHIE | 50 |
| ANNEXE 1 : Capacité de résistance d'une section transversale soumise à une flexion composée | 53 |
| ANNEXE 2 : Valeurs tabulées des 5 courbes de flambement | 63 |

CARACTÉRISTIQUES MÉCANIQUES DES ACIERS DE CONSTRUCTION MÉTALLIQUE

Aciers répondant à la norme EN 10025-2 : aciers de construction non alliés

| Épaisseur | | S 235 | | S 275 | | S 355 | | S 450 | |
|--------------------|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $< t \leq$ (mm) | | f_y | f_u | f_y | f_u | f_y | f_u | f_y | f_u |
| | | (MPa) | | | | | | | |
| 0 | 40 | 235 | 360 | 275 | 430 | 355 | 510 | 440 | 550 |
| 40 | 80 | 215 | 360 | 255 | 410 | 335 | 470 | 410 | 550 |

Aciers répondant à la norme EN 10025-4 : aciers de construction obtenus par laminage thermomécanique

| Épaisseur | | S 275 M/ML | | S 355 M/ML | | S 420 M/ML | | S 460 M/ML | |
|--------------------|-----------|------------|-------|------------|-------|------------|-------|------------|-------|
| $< t \leq$ (mm) | | f_y | f_u | f_y | f_u | f_y | f_u | f_y | f_u |
| | | (MPa) | | | | | | | |
| 0 | 40 | 275 | 370 | 355 | 470 | 420 | 520 | 460 | 540 |
| 40 | 80 | 255 | 360 | 355 | 450 | 390 | 500 | 430 | 530 |

RÉSISTANCE DES SECTIONS ET DES BARRES

1 - PRÉAMBULE

Ce document concerne les sous-paragraphes de l'EN 1993-1-1 [1] et de l'Annexe Nationale française [2] suivants :

- **6.2** : *Résistance des sections transversales,*
- **6.3** : *Résistance des barres aux instabilités,*
- **Annexe AX1** de l'Annexe Nationale : *Moment critique de déversement.*

Il suit la présentation des méthodes d'analyse structurale (Clause 5) et celle concernant la classification des sections (Clause 5.5).

Enfin, il ne concerne que les instabilités de flambement et de déversement.

Il est à noter que la version finale EN de l'Eurocode ne fournissant plus d'éléments au sujet de la longueur de flambement, il est conseillé de se référer à une annexe de la version ENV [3] :

- **Annexe E** : *Longueur de flambement d'un élément comprimé.*

Le présent document est scindé en deux chapitres principaux. Le premier concerne la résistance des sections transversales et le second le calcul des barres.

2 - COEFFICIENTS PARTIELS

Les coefficients partiels nécessaires à la détermination des capacités portantes des sections et des barres sont les suivants (Clause 6.1) :

- résistance des sections transversales, quelle que soit la classe :

$$\gamma_{M0} = 1,0$$

- résistance des barres aux instabilités :

$$\gamma_{M1} = 1,0$$

- résistance à la rupture des sections transversales en traction (résistance de la section nette dans les zones d'assemblages) :

$$\gamma_{M2} = 1,25$$

1 - RÉSISTANCE DES SECTIONS TRANSVERSALES

Après un bref rappel des notions de section brute et section nette, nous étudions successivement la résistance des sections transversales lorsqu'elles sont soumises à des sollicitations provoquées par les actions suivantes :

- effort axial de traction,
- effort axial de compression,
- moment fléchissant,
- effort tranchant,
- moment fléchissant et effort tranchant,
- moment fléchissant et effort axial,
- moment fléchissant, effort tranchant et effort axial.

1 - GÉNÉRALITÉS

Il est à noter que *toutes* les classes de sections peuvent être vérifiées vis-à-vis de leur résistance élastique (à condition de prendre en compte les propriétés de la section efficace pour la Classe 4).

Pour une vérification en élasticité, le critère limite suivant peut être utilisé au point critique de la section transversale, sauf si d'autres formules d'interaction s'appliquent (cas des § 5.2, 7 et 8 du présent document) :

$$\left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\gamma_{M0} f_y} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\gamma_{M0} f_y} \right)^2 - \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\gamma_{M0} f_y} \right) \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\gamma_{M0} f_y} \right) + 3 \left(\frac{\tau_{Ed}}{\gamma_{M0} f_y} \right)^2 \leq 1$$

si : $\sigma_{x,Ed}$ est la valeur de calcul de la contrainte longitudinale locale au point considéré,

$\sigma_{z,Ed}$ est la valeur de calcul de la contrainte transversale locale au point considéré,

τ_{Ed} est la valeur de calcul de la contrainte de cisaillement locale au point considéré.

Ce type de vérification place généralement en sécurité puisqu'il ne prend pas en compte une distribution plastique partielle des contraintes mais il ne conduit pas à un dimensionnement économique.

Comme approximation plaçant en sécurité pour toutes les classes de sections transversales, on peut également utiliser une sommation linéaire des **rapports « Sollicitation / Résistance »** propres à chaque sollicitation agissante du type :

$$\left(\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} \right) + \left(\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} \right) + \left(\frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \right) \leq 1$$

si : N_{Rd} , $M_{y,Rd}$ et $M_{z,Rd}$ sont respectivement les valeurs de calcul de la résistance axiale et en flexion selon les deux axes,

N_{Ed} , $M_{y,Ed}$ et $M_{z,Ed}$ sont respectivement les valeurs de calcul de l'effort normal et des moments fléchissants selon les deux axes.

2 - CARACTÉRISTIQUES DES SECTIONS TRANSVERSALES

2.1 - Aire brute

L'aire brute est calculée à partir des dimensions nominales des pièces sans déduire les trous pratiqués pour les fixations (Clause 6.2.2.1). Elle est notée A .

2.2 - Aire nette

L'aire nette est égale à l'aire brute diminuée des aires des trous et autres ouvertures (Clause 6.2.2.2). Elle est notée A_{net} .

Lorsque les trous sont en quinconce, l'aire à déduire est la plus grande des valeurs suivantes :

- aire des trous qui ne sont pas en quinconce dans n'importe quelle section transversale perpendiculaire à l'axe de la barre,
- $t \left(n d_0 - \sum \frac{s^2}{4p} \right)$

si : s est le pas en quinconce ou l'entraxe de deux trous consécutifs dans la ligne, mesuré perpendiculairement à l'axe de la barre (figure 1),

p est l'entraxe de deux mêmes trous mesuré perpendiculairement à l'axe de la barre

t est l'épaisseur,

n est le nombre de trous situés sur toute ligne diagonale ou en zigzag s'étendant sur la largeur de la barre ou partie de barre,

d_0 est le diamètre de trou.

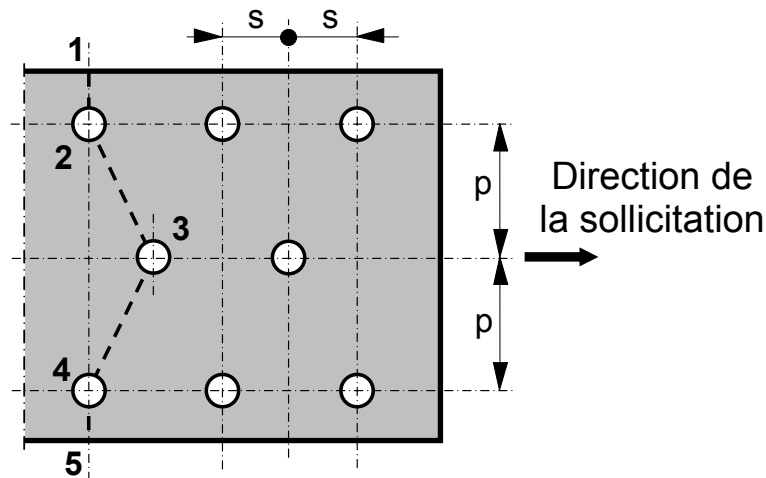


Figure 1 - Calcul de la section nette

Cette valeur forfaitaire $s^2 t / (4p)$ est issue des travaux de Cochrane [4]. Elle présente l'avantage d'une formulation simple en sachant que l'erreur commise comparativement à une théorie plus fine ne dépasse pas 10 à 15 %.

3 - EFFORT AXIAL DE TRACTION

La valeur de calcul de l'effort de traction N_{Ed} dans chaque section transversale doit vérifier la condition : $N_{Ed} \leq N_{t,Rd}$ (Clause 6.2.3) si $N_{t,Rd}$ est la résistance de calcul de la section à la traction.

Cette dernière est, en général, égale à la plus petite des deux valeurs :

$$N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$N_{u,Rd} = 0,9 \frac{A_{net} f_u}{\gamma_{M2}}$$

La première expression correspond à la résistance plastique de calcul de la section brute et la seconde à la résistance ultime de calcul de la section nette au droit des trous de fixation.

Les notations f_y et f_u correspondent respectivement à la limite d'élasticité et à la résistance à la traction de l'acier considéré (voir Clause 3.2).

Il est à noter que, dans le cas d'assemblages de catégorie **C**, c'est-à-dire pour les assemblages par boulons hr précontraints pour lesquels aucun glissement n'est autorisé à l'état limite ultime (EN 1993-1-8 Clause 3.4.1), une troisième expression doit être vérifiée :

$$N_{net,Rd} = \frac{A_{net} f_y}{\gamma_{M0}}$$

Lorsqu'un comportement ductile est nécessaire, c'est-à-dire lorsque la section brute doit se plastifier avant rupture de la section nette (dimensionnement en capacité), il convient de vérifier une condition supplémentaire :

$$N_{pl,Rd} \leq N_{u,Rd}$$

de manière à ce que l'assemblage ne constitue pas une zone de rupture potentielle.

Cette condition peut encore s'écrire :

$$\frac{A f_y}{\gamma_{M0}} \leq 0,9 \frac{A_{net} f_u}{\gamma_{M2}}$$

ou encore :

$$0,9 \frac{A_{net}}{A} \geq \frac{f_y \gamma_{M2}}{f_u \gamma_{M0}}$$

et on peut remarquer que si $A_{net} < \frac{A f_y \gamma_{M2}}{0,9 f_u \gamma_{M0}}$, relation qui ne dépend que de caractéristiques géométriques, mécaniques et de coefficients partiels, la condition ne peut pas être vérifiée. C'est le cas de certaines cornières par exemple.

4 - EFFORT AXIAL DE COMPRESSION

La valeur de calcul de l'effort de compression N_{Ed} dans chaque section transversale doit satisfaire la condition : $N_{Ed} \leq N_{c,Rd}$ (Clause 6.2.4) si $N_{c,Rd}$ est la résistance de calcul à la compression de la section transversale.

Pour les sections transversales de Classe 1, 2 ou 3, $N_{c,Rd}$ est égal à l'effort de résistance plastique de calcul, soit :

$$N_{c,Rd} = N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$

Ainsi, à la différence de la traction, il n'y a pas lieu de déduire les trous de fixation pour vérifier une section comprimée. L'aire de calcul est donc celle de la section brute. Toutefois, si des trous oblongs ou surdimensionnés existent, il convient de diminuer l'aire de section résistante en conséquence.

Pour les sections de Classe 4, elle devient :

$$N_{c,Rd} = \frac{A_{eff} f_y}{\gamma_{M0}}$$

si A_{eff} est l'aire efficace de la section transversale (pour prendre en compte les effets de voilement local).

Il est important de souligner que cette vérification des sections comprimées n'est que rarement déterminante car elle ne s'applique qu'aux barres à très faible élancement (pour lesquels le flambement n'est pas à craindre).

En effet, si la condition $\bar{\lambda} \leq 0,2$ (où $\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}}$ si λ est l'élancement de la barre : $\lambda = \frac{\ell_c}{i}$, avec ℓ_c longueur critique de flambement et i rayon de giration) n'est pas vérifiée, il convient de s'assurer de la résistance de la barre vis-à-vis du flambement. Dans ce cas, un coefficient χ vient réduire la capacité portante de la barre et le facteur partiel à prendre en compte n'est plus γ_{M0} mais γ_{M1} (Clause 6.3.1).

La vérification de la section transversale à la compression est donc limitée au cas des poteaux courts ou trapus.

5 - MOMENT FLÉCHISSANT

Nous nous limitons ici aux vérifications à effectuer dans le cas de sollicitations de flexion simple ou déviée. Il importe toutefois de rappeler que la flexion peut induire du déversement. Si cette instabilité risque de se produire, la démarche de vérification est plus complexe. Elle est indiquée dans la deuxième partie de ce document car elle concerne alors la vérification de la **barre** concernée.

La valeur de calcul du moment fléchissant M_{Ed} dans chaque section transversale doit satisfaire la condition : $M_{Ed} \leq M_{c,Rd}$ où $M_{c,Rd}$ est la résistance de calcul de la section transversale à la flexion. Attention, $M_{c,Rd}$ est déterminé en prenant en compte les trous de fixation éventuels.

5.1 - Flexion simple

5.1.1 - Sections sans trous de fixation

En l'absence d'effort tranchant, la résistance de calcul d'une section sans trous de fixation (Clause 6.2.5 (2)) est égale aux expressions suivantes (fonction de la Classe de la section transversale) :

- Section de Classe 1 ou 2 : $M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}}$, moment de résistance plastique de calcul de la section brute,
- Sections de Classe 3 : $M_{c,Rd} = M_{el,Rd} = \frac{W_{el,min} f_y}{\gamma_{M0}}$, moment de résistance élastique de calcul de la section brute,
- Sections de Classe 4 : $M_{c,Rd} = M_{0,Rd} = \frac{W_{eff,min} f_y}{\gamma_{M0}}$, moment de résistance de calcul de la section brute ou voilement local.

Les notations W_{pl} et $W_{el,min}$ correspondent respectivement au module plastique et au module élastique minimal de la section brute alors que $W_{eff,min}$ correspond au module élastique minimal de la section efficace.

Pour le lecteur intéressé, il est bon de signaler que la référence [5] contient des rappels concernant la détermination du module plastique des sections courantes.

5.1.2 - Sections avec trous de fixation

Dans certains cas, lorsque la section comporte des trous de fixation, le calcul est mené, pour une section réduite (Clause 6.2.5 (4)).

Si la condition :

$$0,9 \frac{A_{f.net} f_u}{\gamma_{M2}} \geq \frac{A_f f_y}{\gamma_{M0}}$$

est vérifiée, le calcul peut être mené en section brute sans tenir compte des trous de fixation ($A_{f.net}$ est la section nette de la semelle tendue et A_f sa section brute).

Dans le cas contraire, on adopte pour la semelle tendue, une aire réduite qui respecte cette condition.

5.2 - Flexion déviée

Attention, cette vérification n'apparaît pas explicitement dans l'EN 1993-1-1 mais elle est intégrée à la Clause concernant la combinaison « Flexion et effort normal » (Clause 6.2.9). Pour vérifier une section en flexion déviée, en l'absence d'effort tranchant, il suffit donc de déterminer les différentes valeurs de calcul correspondant au cas où l'effort normal est nul.

5.2.1 - Sections transversales de classe 1 ou 2

Pour vérifier la résistance à la flexion déviée des sections de Classe 1 ou 2 (Clause 6.2.9.1 (6)), il faut, en premier lieu, évaluer la résistance plastique suivant les deux directions y et z , soit $M_{pl,y,Rd}$ et $M_{pl,z,Rd}$.

La vérification est alors la suivante :

$$\left(\frac{M_{y,Ed}}{M_{pl,y,Rd}} \right)^\alpha + \left(\frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}} \right)^\beta \leq 1$$

où α et β dépendent de la nature des éléments étudiés :

- sections en I ou en H : $\alpha = 2$ et $\beta = 1$
- profils creux circulaires : $\alpha = \beta = 2$
- profils creux rectangulaires : $\alpha = \beta = 1,66$
- barres rectangulaires et plats : $\alpha = \beta = 1,73$

5.2.2 - Sections transversales de classe 3

Pour ces sections (Clause 6.2.9.2), il convient que la contrainte longitudinale maximale satisfasse le critère suivant :

$$\sigma_{x,Ed} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

si $\sigma_{x,Ed}$ est la valeur de calcul de la contrainte longitudinale locale due à la combinaison des moments suivants les deux axes principaux y et z en prenant en compte les trous de fixation éventuels.

Ceci peut encore s'écrire :

$$\frac{M_{y,Ed}}{W_{el,y,min}} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{el,z,min}} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

5.2.3 - Sections transversales de classe 4

Pour ces sections (Clause 6.2.9.3), la vérification consiste à s'assurer que la contrainte longitudinale maximale $\sigma_{x,Ed}$ calculée en utilisant les largeurs efficaces des parois comprimées remplit la condition :

$$\sigma_{x,Ed} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

ce qui peut encore s'écrire :

$$\frac{M_{y,Ed}}{W_{eff,y,min}} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{eff,z,min}} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

avec $W_{eff,min}$, module élastique minimal de la section efficace, la section transversale étant supposée uniquement soumise à un moment fléchissant suivant l'axe considéré (y ou z).

6 - CISAILLEMENT

La valeur de calcul de l'effort tranchant V_{Ed} dans chaque section transversale doit satisfaire la condition : $V_{Ed} \leq V_{c,Rd}$ où $V_{c,Rd}$ est la valeur de calcul de la résistance au cisaillement (Clause 6.2.6).

Par un calcul plastique, $V_{c,Rd} = V_{pl,Rd}$. Pour un calcul élastique, $V_{c,Rd}$ est la valeur de calcul de la résistance élastique au cisaillement.

6.1 – Calcul plastique

En l'absence de torsion, la résistance de calcul $V_{pl,Rd}$ est égale à la valeur :

$$V_{pl,Rd} = A_v \frac{f_y}{\sqrt{3} \gamma_{M0}}$$

si A_v est l'aire de cisaillement.

On retrouve donc ici le critère de plasticité de Von Misès : $\tau_y = \frac{f_y}{\sqrt{3}}$.

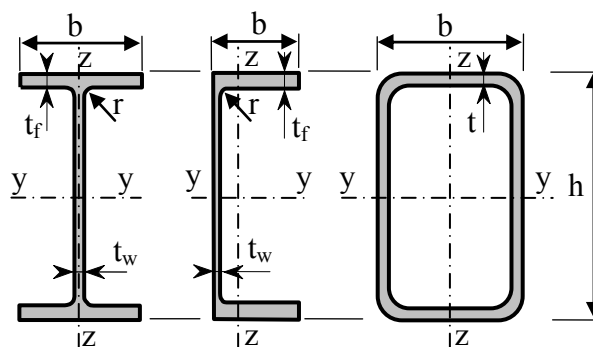


Figure 2 - Notations

Pour les sections courantes, et en utilisant les notations de la figure 2, l'aire de cisaillement A_v peut être déterminée par les relations suivantes :

- sections laminées en I ou en H, fléchies dans le plan de l'âme :

$$A_{vz} = A - 2 b t_f + (t_w + 2 r) t_f$$

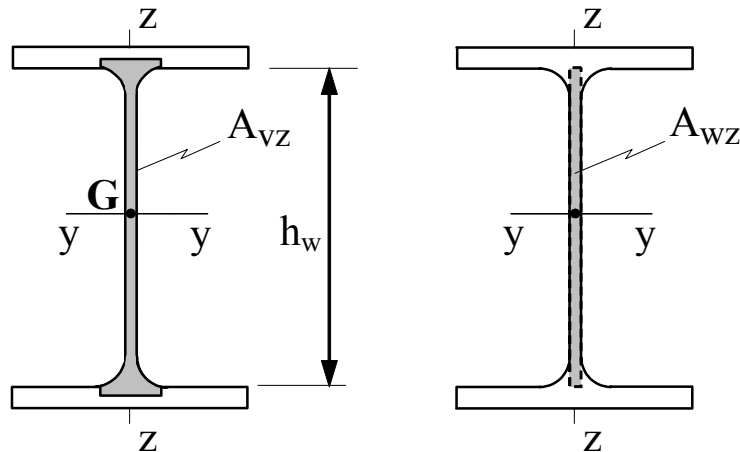


Figure 3 - Aire de cisaillement pour les profilés en I ou en H fléchis autour de l'axe fort

Cette aire, représentée à la figure 3, ne doit pas être inférieure à $\eta h_w t_w$ si h_w est la hauteur de l'âme ($h_w = h - 2 t_f$). La valeur $\eta = 1$ est conseillée mais l'EN 1993-1-1 renvoie à l'EN 1993-1-5 (plaques planes) pour plus de renseignements

- sections laminées en U fléchies dans le plan de l'âme :

$$A_{vz} = A - 2 b t_f + (t_w + r) t_f$$

- sections soudées en I, en H ou en caisson fléchies dans le plan de l'âme :

$$A_{vz} = \eta \sum (h_w t_w)$$

- sections soudées en I, en H ou en caisson, fléchies dans un plan perpendiculaire à l'âme :

$$A_{vy} = A - \sum (h_w t_w)$$

- sections creuses rectangulaires laminées d'épaisseur uniforme fléchies dans un plan parallèle à la hauteur :

$$A_{vz} = \frac{Ah}{b + h}$$

- sections creuses rectangulaires laminées d'épaisseur uniforme fléchies dans un plan perpendiculaire à la hauteur :

$$A_{vy} = \frac{A b}{b + h}$$

- sections creuses circulaires d'épaisseur uniforme :

$$A_v = \frac{2A}{\pi}$$

Pour les autres types de sections, la détermination de l'aire de cisaillement A_v doit être déterminée par analogie.

6.2 – Calcul élastique

Pour un calcul élastique et en l'absence de risque de voilement (voir § suivant), le critère suivant peut être utilisé pour un point critique de la section transversale :

$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed} S}{I t} \leq \frac{\frac{f_y}{\sqrt{3}}}{\gamma_{M0}}$$

si : V_{Ed} est la valeur de l'effort tranchant de calcul,

S est le moment statique de l'aire, quel que soit le côté du point considéré,

I est le moment d'inertie de flexion de la section transversale considérée,

t est l'épaisseur au point considéré.

Pour les sections en I ou en H, l'expression précédente peut être approchée par la relation suivante :

$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{A_w} \leq \frac{\frac{f_y}{\sqrt{3}}}{\gamma_{M0}} \quad \text{si : } \frac{A_f}{A_w} \geq 0,6$$

avec : A_f aire d'une semelle,

A_w aire de l'âme ($A_w = h_w t_w$, voir figure 3).

6.3 – Résistance au voilement par cisaillement

L'instabilité relative aux actions de cisaillement est le voilement.

Bien qu'il ne soit pas étudié dans ce document, il convient de souligner que pour une âme non raidie, le voilement n'est pas à craindre si l'élançement de cette âme est tel que :

$$\frac{h_w}{t_w} \leq 72 \frac{\varepsilon}{\eta}$$

où η peut être pris égal à 1 en se plaçant du côté de la sécurité et où $\varepsilon = \sqrt{235 / f_y}$.

Dans tous les autres cas, il convient de se référer à l'EN 1993-1-5.

7 - MOMENT FLÉCHISSANT ET EFFORT TRANCHANT

Dans le cas, le plus fréquent, où le moment fléchissant qui agit sur une section transversale est associé à un effort tranchant, la combinaison de ces deux sollicitations dépend de leur intensité relative (Clause 6.2.8). En effet, pour les petites valeurs de l'effort tranchant, la réduction de la capacité portante de la section est si faible qu'elle est compensée par l'écroutissage du matériau et qu'elle peut donc être négligée.

Si la valeur de calcul de l'effort tranchant ne dépasse pas 50 % de la résistance plastique de calcul au cisaillement $V_{pl,Rd}$, alors seul l'effet du moment fléchissant est pris en compte.

Dans le cas contraire, la valeur de résistance à la flexion de la section transversale $M_{V,Rd}$ est réduite de la manière suivante :

- pour les sections transversales à semelles égales fléchies dans le plan de l'âme :

$$M_{y,V,Rd} = \left(W_{pl,y} - \frac{\rho A_w^2}{4 t_w} \right) \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{mais :} \quad M_{y,V,Rd} \leq M_{c,y,Rd}$$

avec :

$$\rho = \left(2 \frac{V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2$$

- pour les autres cas, $M_{V,Rd}$ est pris égal au moment de résistance plastique de la section transversale déterminé en utilisant une limite d'élasticité réduite : $(1 - \rho)f_y$ pour l'aire de cisaillement sans dépasser $M_{c,Rd}$.

8 - MOMENT FLÉCHISSANT ET EFFORT AXIAL

Il convient de ne pas oublier que la combinaison moment fléchissant et effort axial peut induire des instabilités de flambement et de déversement. Il est donc très important d'effectuer également ces vérifications qui sont explicitées dans la seconde partie de ce document.

8.1 - Flexion composée

8.1.1 - Sections transversales de Classe 1 ou 2

En l'absence d'effort tranchant, la vérification à effectuer (Clause 5.4.8.1) est la suivante :

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$$

avec $M_{N,Rd}$, moment de résistance plastique de calcul réduit par la prise en compte de l'effort normal.

Pour les sections comportant des semelles, l'Eurocode 3 considère que la réduction du moment plastique, due à la présence d'un effort normal faible, est compensée par l'écrouissage de l'acier et peut ainsi être négligée. Lorsque l'effet de l'effort normal mobilise la moitié de la résistance plastique de l'âme à la traction ou le quart de celle de la section transversale complète, il n'est plus possible de faire cette hypothèse et la section doit être vérifiée en flexion composée. Ces hypothèses sont mises en évidence par les courbes réelles d'interaction données à la figure 4 [6]. Elles sont démontrées dans l'Annexe 1 du présent document.

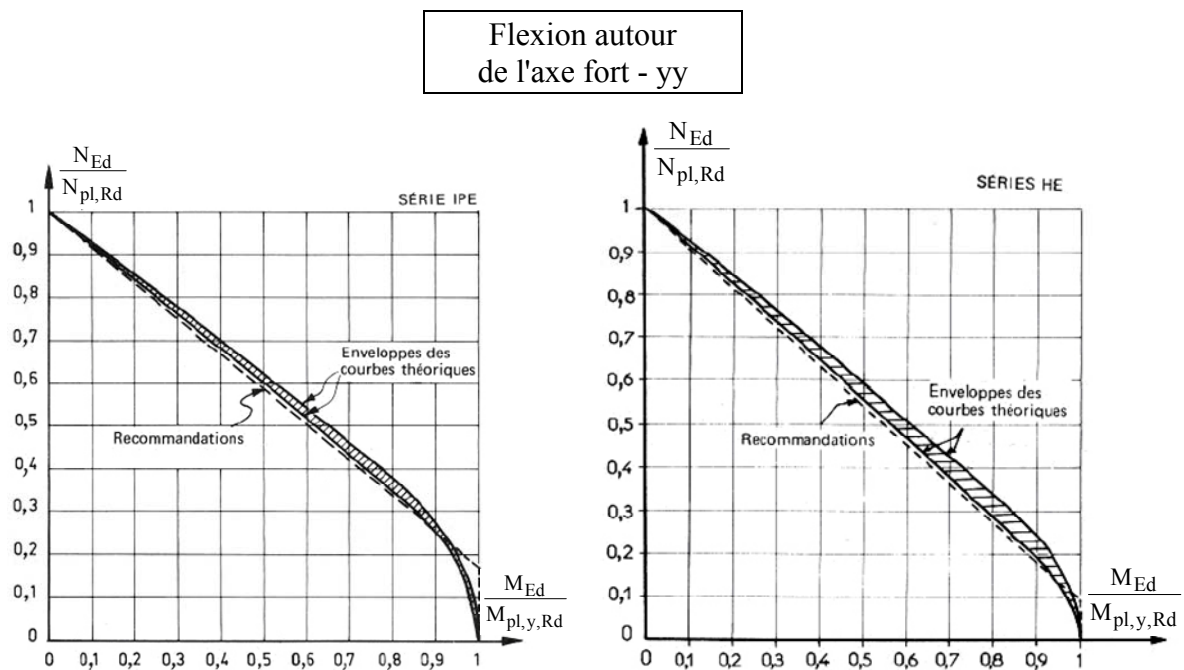


Figure 4-1 - Interaction Effort normal - Moment fléchissant / axe y-y

Flexion autour
de l'axe faible - zz

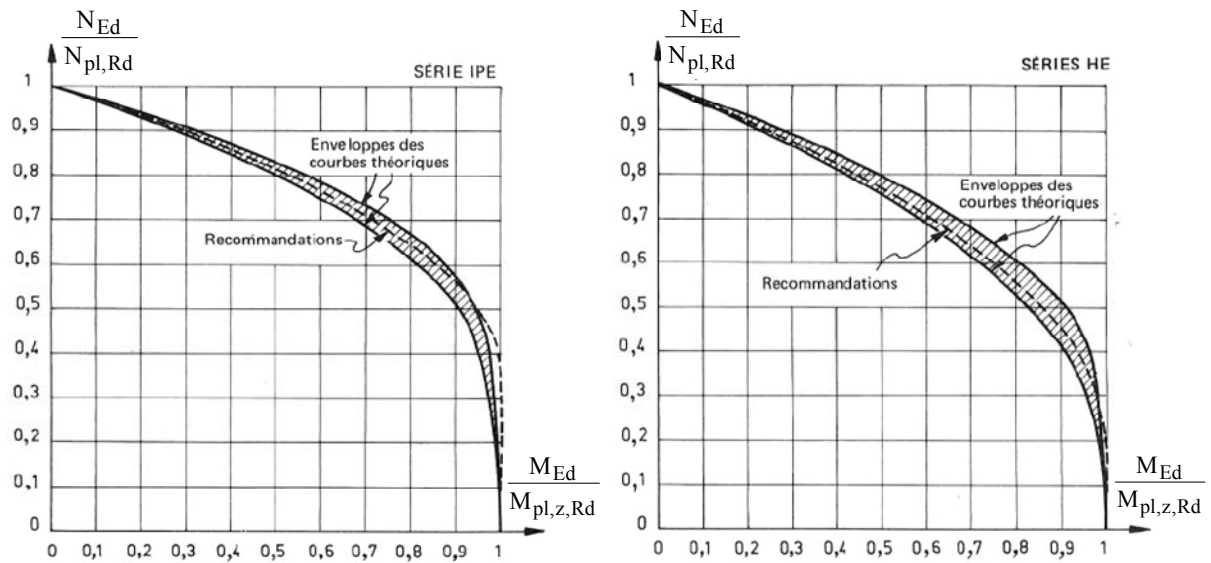


Figure 4-2 - Interaction Effort normal - Moment fléchissant / axe z-z

En posant $n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}$, rapport de l'effort normal de calcul sur la résistance plastique de calcul, et en posant également $a = \frac{A - 2 b t_f}{A}$ (rapport de l'aire de l'âme sur l'aire totale du profilé) avec la condition $a \leq 0,5$, on obtient les expressions suivantes :

de calcul, et en posant également $a = \frac{A - 2 b t_f}{A}$ (rapport de l'aire de l'âme sur l'aire totale du profilé) avec la condition $a \leq 0,5$, on obtient les expressions suivantes :

- pour un plat sans trou de fixation, on retrouve l'expression bien connue (Clause 6.2.9.1 (3)) :

$$M_{N,Rd} = M_{pl,Rd} \left\{ 1 - \left(\frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} \right)^2 \right\}$$

La vérification s'écrit alors :

$$\frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} + \left(\frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} \right)^2 \leq 1$$

- pour les sections transversales de profilés laminés en I ou en H (Clause 6.2.9.1 (5)) :
 - Flexion d'axe fort :

$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} \left(\frac{1-n}{1-0,5 a} \right) \quad \text{mais : } M_{N,y,Rd} \leq M_{pl,y,Rd}$$

Cette condition est représentée sur le diagramme de la figure 5. On remarque que d'après la condition précédente, l'influence de l'effort normal est négligée tant que : $M_{N,y,Rd} \leq M_{pl,y,Rd}$, soit $1 \leq \left(\frac{1-n}{1-0,5 a} \right)$, soit $1-0,5 a \leq 1-n$, ou encore :

$$0,5 a \geq n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}, \quad \text{ce qui s'écrit finalement : } N_{Ed} < 0,5 a N_{pl,Rd}.$$

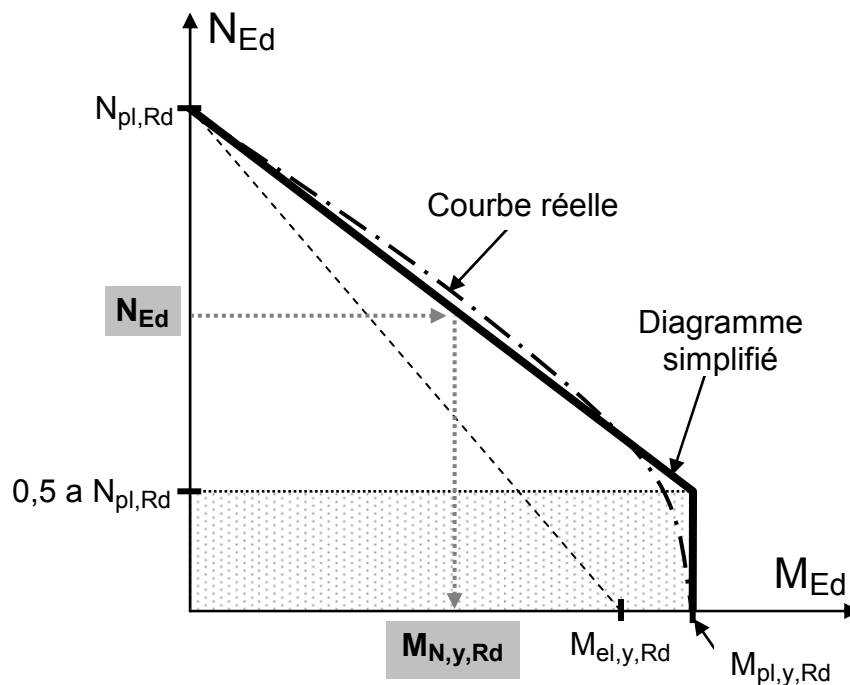


Figure 5 - Diagramme simplifié retenu pour les sections en I ou en H fléchies selon l'axe fort

- Flexion d'axe faible, si $n > a$:

$$M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd} \left\{ 1 - \left(\frac{n-a}{1-a} \right)^2 \right\}$$

- Flexion d'axe faible, si $n \leq a$:

$$M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd}$$

- pour les profils creux rectangulaires à épaisseur uniforme, ces relations s'écrivent :

$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} \left(\frac{1-n}{1-0,5 a_w} \right) \quad \text{mais :} \quad M_{N,y,Rd} \leq M_{pl,y,Rd}$$

et :

$$M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd} \left(\frac{1-n}{1-0,5 a_f} \right) \quad \text{mais :} \quad M_{N,z,Rd} \leq M_{pl,z,Rd}$$

avec :

$$a_f = \frac{A-2 h t}{A} \quad \text{mais :} \quad a_f \leq 0,5$$

et :

$$a_w = \frac{A-2 b t}{A} \quad \text{mais :} \quad a_w \leq 0,5$$

8.1.2 - Sections transversales de classe 3

En l'absence d'effort tranchant, il s'agit de vérifier (Clause 6.2.9.2) que la contrainte longitudinale remplit la condition :

$$\sigma_{x,Ed} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

soit encore :

$$\boxed{\frac{N_{Ed}}{A \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{y,Ed}}{W_{el,y,\min} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{el,z,\min} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} \leq 1}$$

qui correspond, bien sûr, à une vérification en élasticité.

8.1.3 - Sections transversales de classe 4

En l'absence d'effort tranchant et comme précédemment, il s'agit de vérifier (Clause 6.2.9.3) que la contrainte longitudinale

$$\sigma_{x,Ed} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

calculée en utilisant les largeurs efficaces des parois comprimées.

Soit la condition :

$$\frac{N_{Ed}}{A_{eff} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{y,Ed} + N_{Ed} e_{Ny}}{W_{eff,y,\min} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{z,Ed} + N_{Ed} e_{Nz}}{W_{eff,z,\min} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} \leq 1$$

où : e_N est le décalage d'axe neutre selon l'axe de flexion considéré en supposant la section transversale soumise à la seule compression.

8.2 - Flexion composée déviée

Dans le cas d'une flexion bi-axiale avec effort normal (Clause 6.2.9.1 (6)), la vérification prend la forme :

$$\left(\frac{M_{y,Ed}}{M_{N,y,Rd}} \right)^\alpha + \left(\frac{M_{z,Ed}}{M_{N,z,Rd}} \right)^\beta \leq 1$$

où α et β dépendent de la nature des éléments étudiés.

Pour se placer en sécurité, les termes α et β peuvent être pris égaux à 1 mais, pour un calcul plus précis, les valeurs suivantes peuvent être avantageusement utilisées :

- sections en I ou en H : $\alpha = 2$ et $\beta = 5n$ mais avec $\beta \geq 1$

- profils creux circulaires : $\alpha = \beta = 2$

- profils creux rectangulaires : $\alpha = \beta = \frac{1,66}{1 - 1,13 n^2}$ et en respectant : $\alpha \leq 6$ et $\beta \leq 6$

Où dans tous les cas : $n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}$

9 - MOMENT FLÉCHISSANT, EFFORT TRANCHANT ET EFFORT AXIAL

Si $V_{Ed} \leq 0,5V_{pl,Rd}$ (soit 50 % de la résistance plastique au cisaillement), on peut négliger son influence pour la combinaison effort axial - moment fléchissant (Clause 6.2.10). On est alors ramené au cas précédent.

Si $V_{Ed} > 0,5 V_{pl,Rd}$, on ne peut plus négliger son influence et il convient d'utiliser une limite d'élasticité réduite $(1 - \rho)f_y$ avec $\rho = \left(2 \frac{V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2$.

2 - RÉSISTANCE DES BARRES

1 - LES COURBES EUROPÉENNES DE FLAMBEMENT

Les courbes européennes de flambement sont à la base de la vérification des instabilités des barres au sens de la norme EN 1993-1-1. Issues d'un vaste programme d'essais au niveau européen, elles ont ensuite été mises sous la forme analytique qui est celle qui a été retenue dans la norme européenne.

1.1 - Origine des courbes européennes de flambement

A partir de 1960, un programme expérimental a été mené par la Convention Européenne de la Construction Métallique (C.E.C.M.) pour étudier le comportement au flambement de poteaux en acier. Plus de 1100 essais ont été réalisés dans toute l'Europe sur des éléments variés (I, H, T, U, tubes carrés et circulaires) et pour différentes valeurs de l'élanement ($40 \leq \lambda \leq 170$). Une approche probabiliste associée à une analyse théorique a montré qu'il était possible de tracer des courbes décrivant la résistance des poteaux en fonction d'un élanement de référence $\bar{\lambda}$.

Les imperfections qui ont été prises en compte, sont, d'une part, une imperfection géométrique de la forme d'une demi-onde sinusoïdale d'amplitude égale à 1/1000 de la longueur du poteau et, d'autre part, les effets des contraintes résiduelles relatives à chaque forme de section transversale.

1.2 – Élanement de référence et courbe d'Euler

Si ℓ est la longueur critique de flambement d'une barre idéale comprimée, l'expression de sa force critique d'Euler est : $N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{\ell^2}$.

La contrainte critique d'Euler s'écrit alors : $\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{A \ell^2}$.

En utilisant le rayon de giration $i = \sqrt{I/A}$ et l'élanement $\lambda = \ell/i$, σ_{cr} , elle devient :

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}.$$

On peut ainsi tracer la courbe correspondante dans un diagramme σ, λ (figure 6).

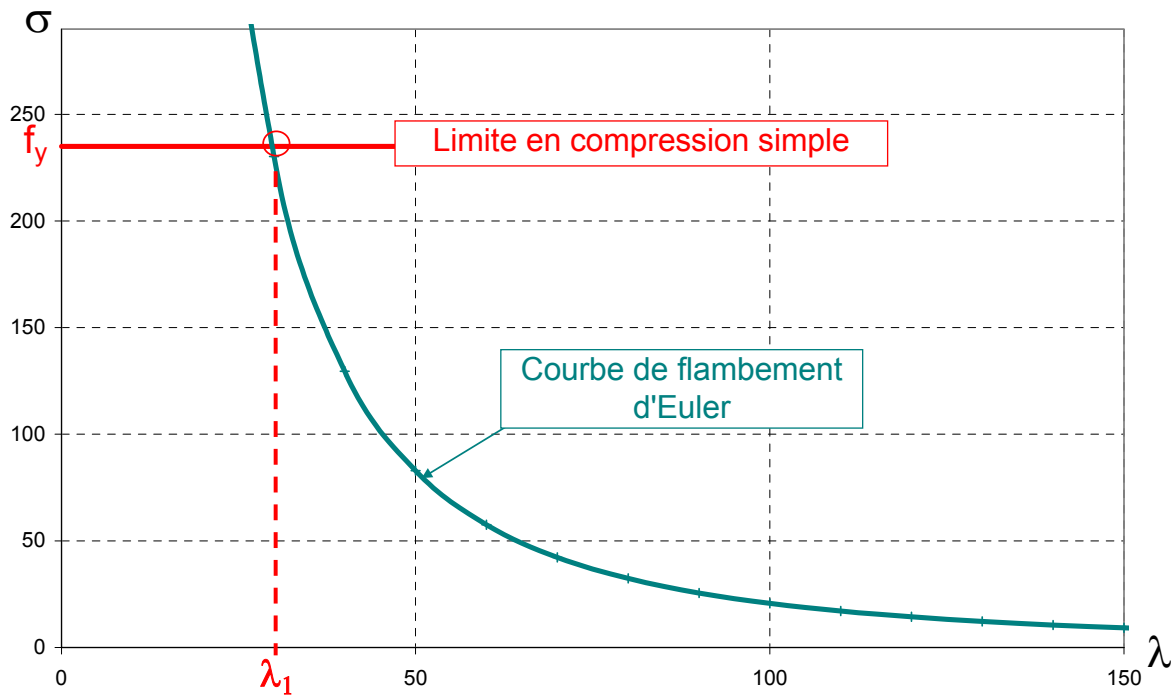


Figure 6 – Courbe d'Euler dans un diagramme σ, λ

En appelant λ_1 l'élanement pour lequel $\sigma_{cr} = f_y$, il vient : $\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}$. Cet élanement correspond ainsi à l'élanement maximum pour lequel la barre idéale peut être sollicitée à sa limite d'élasticité.

En posant $\bar{\lambda} = \lambda/\lambda_1$ et $\chi = \sigma/f_y$, le diagramme précédent peut être tracé dans un repère adimensionnel $(\bar{\lambda}, \chi)$ qui devient ainsi indépendant de la valeur de la limite d'élasticité. Ce nouveau diagramme est représenté à la figure 7.

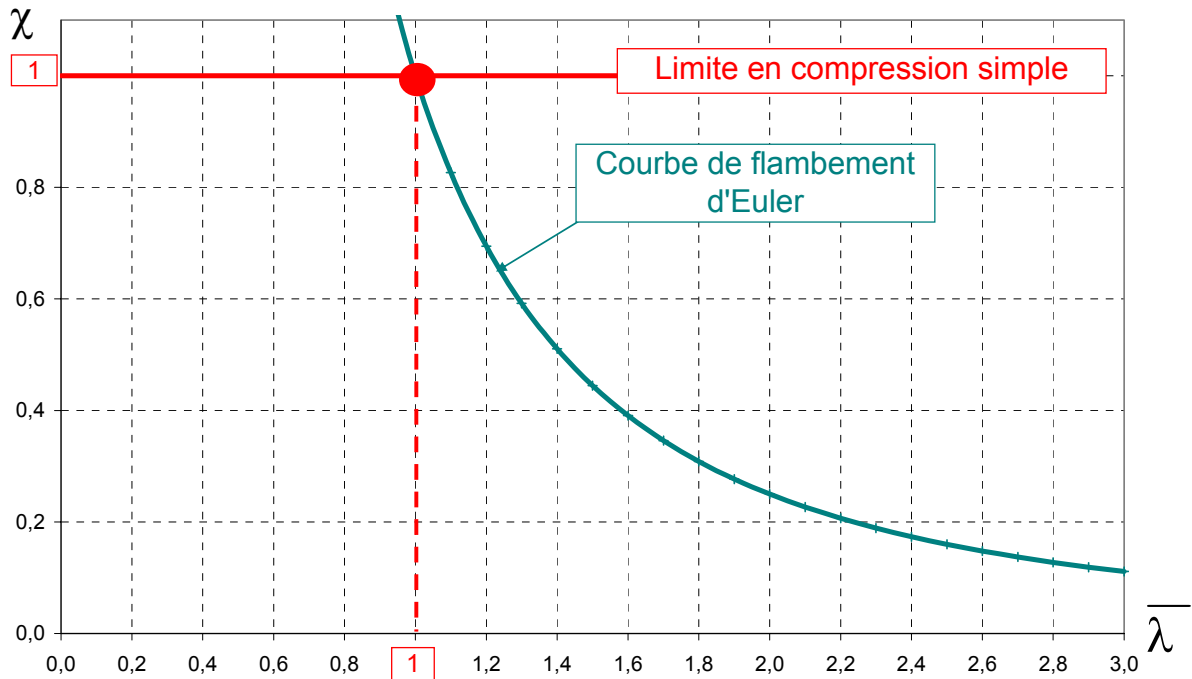


Figure 7 – Courbe d'Euler dans un diagramme $(\bar{\lambda}, \chi)$

C'est dans ce repère que seront représentées les courbes européennes de flambement. On note que dans ce système d'axes, le point d'intersection entre la courbe de flambement d'Euler et la limite en compression simple a pour coordonnées (1, 1).

$$\text{L'élancement réduit } \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} \text{ est égal à } \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}}.$$

$$\text{Il peut également s'exprimer sous la forme : } \bar{\lambda} = \sqrt{\frac{f_y \lambda^2}{\pi^2 E}} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{N_{pl}}{N_{cr}}}.$$

1.3 - Formulation des courbes européennes de flambement

La mise en équation des courbes européennes de flambement est due à R. Maquoi et J. Rondal [7]. Elle correspond à une formulation d'Ayrton-Perry.

Si l'on considère un défaut de rectitude initial de forme sinusoïdale et d'amplitude maximale e_0 (figure 8), la déformation initiale peut être écrite sous la forme :

$$y_0 = e_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$$

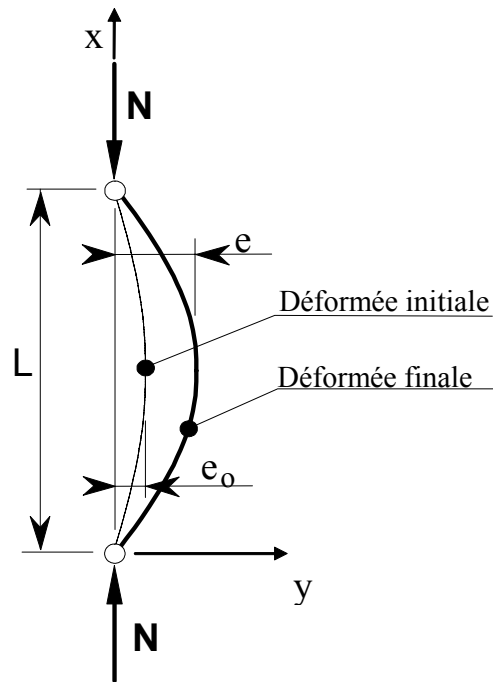


Figure 8 - Flambement d'un poteau avec défaut initial

L'équation différentielle de la déformée d'un poteau bi-articulé chargé axialement et possédant un défaut de rectitude initial, est la suivante :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{N(y + y_0)}{EI} = 0$$

En remplaçant y_0 par son expression et après introduction des conditions aux limites, la solution de cette équation est :

$$y = \frac{e_0}{\frac{N_{cr}}{N} - 1} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$$

N_{cr} étant l'effort axial critique d'Euler.

La flèche maximale totale e au milieu du poteau ($x = L/2$) s'écrit alors sous la forme :

$$e = e_0 + \frac{e_0}{\frac{N_{cr}}{N} - 1} = \frac{e_0}{1 - \frac{N}{N_{cr}}}$$

qui fait apparaître le terme $1/(1 - N/N_{cr})$ appelé **facteur d'amplification**.

En prenant en compte le moment fléchissant maximal ($N \times e$) dû au flambement et en appelant W_{el} le module de flexion élastique de la section ($W_{el} = I/v$), l'atteinte de la première plastification dans un poteau libre de contraintes résiduelles répond au critère :

$$\frac{N_{max}}{A} + \frac{N_{max}e}{W_{el}} = f_y$$

Si N_{max} est l'effort normal maximum limité par le flambement et σ_b la contrainte normale maximale ($\sigma_b = \frac{N_{max}}{A}$), nous avons :

$$\frac{N_{max}}{A} + \frac{N_{max}}{A} \frac{eA}{W_{el}} = \sigma_b + \sigma_b \frac{eA}{W_{el}} = f_y$$

ou, en introduisant la contrainte critique d'Euler $\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$:

$$\sigma_b + \sigma_b \frac{e_0}{\left(1 - \frac{\sigma_b}{\sigma_{cr}}\right)} \frac{A}{W_{el}} = f_y$$

qui peut être facilement écrit sous la forme :

$$(\sigma_{cr} - \sigma_b)(f_y - \sigma_b) = \sigma_b \sigma_{cr} e_0 \frac{A}{W_{el}}$$

Cette équation est la forme de base de l'équation d'Ayrton-Perry si l'on pose :

$$\eta = \frac{e_0 A}{W_{el}}$$

Le terme η représente l'imperfection de rectitude initiale du poteau mais il peut aussi représenter d'autres défauts comme les contraintes résiduelles ou l'excentricité des charges appliquées par exemple. Il est alors appelé facteur d'**imperfection généralisée**.

En posant $\xi = \frac{e_0}{l}$, on peut écrire ce terme η sous la forme :

$$\eta = \xi \frac{lA}{W_{el}}$$

En utilisant les termes $\lambda = l/i$, $W_{el} = I/v$ et $i^2 = I/A$, η peut être exprimé de la manière suivante :

$$\eta = \xi \frac{\lambda}{\frac{i}{v}}$$

où le terme i/v correspond au diamètre relatif de l'ellipse d'inertie suivant la direction où apparaît le flambement.

Posons $\chi = \frac{\sigma_b}{f_y} = \frac{N_{max}}{N_{pl}}$. Comme $\lambda = \bar{\lambda} \pi \sqrt{E/f_y}$, en introduisant $\chi = 1$ quand $\bar{\lambda} \leq \bar{\lambda}_0$, la relation précédente s'écrit, pour $f_y = 255$ MPa :

$$\eta = 90,15 \frac{\xi (\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0)}{\frac{i}{v}}$$

car, en effet, les courbes européennes de flambement ont été établies pour une valeur fixée de la limite d'élasticité, la valeur réelle de f_y n'ayant qu'une influence très faible sur le résultat comparativement aux autres paramètres.

En posant :

$$\alpha = \frac{90,15 \xi}{i/v}$$

nous obtenons :

$$\eta = \alpha (\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0).$$

En revenant à l'écriture de l'équation d'Ayrton-Perry et en divisant par le produit $\sigma_{cr} f_y$, il vient :

$$\left(1 - \frac{\sigma_b}{\sigma_{cr}}\right) \left(1 - \frac{\sigma_b}{f_y}\right) = \frac{\sigma_b \eta}{f_y}$$

$$\left(1 - \frac{\sigma_b}{f_y} \frac{f_y}{\sigma_{cr}}\right) \left(1 - \frac{\sigma_b}{f_y}\right) = \frac{\sigma_b \eta}{f_y}$$

$$(1 - \chi \bar{\lambda}^2)(1 - \chi) = \chi \eta$$

ou, en développant :

$$\bar{\lambda}^2 \chi^2 - \chi(\bar{\lambda}^2 + \eta + 1) + 1 = 0$$

En remplaçant η par son expression en fonction de α et en résolvant cette équation du second degré en χ , si nous retenons la plus petite racine, nous obtenons :

$$\chi = \frac{1 + \alpha(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0) + \bar{\lambda}^2 - \sqrt{\left(1 + \alpha(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0) + \bar{\lambda}^2\right)^2 - 4\bar{\lambda}^2}}{2\bar{\lambda}^2}$$

En posant : $\phi = 0,5\left\{1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2\right\}$ et en choisissant $\bar{\lambda}_0 = 0,2$, il vient :

$$\chi = \frac{\phi - \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}{\bar{\lambda}^2}$$

En multipliant numérateur et dénominateur par le terme conjugué, $\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}$, nous obtenons :

$$\chi = \frac{\phi^2 - \phi^2 + \bar{\lambda}^2}{\bar{\lambda}^2 \left(\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}\right)} = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$$

qui est la formulation des courbes européennes retenue dans l'Eurocode 3 :

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$$

Cinq valeurs différentes de α ont été choisies pour représenter les différents rencontrés dans la pratique. Elles sont associées à l'intensité des imperfections et croissent avec elles. Elles ont ainsi conduit à cinq courbes distinctes nommées respectivement **a₀**, **a**, **b**, **c** et **d**.

2 - FLAMBEMENT DES BARRES UNIFORMES COMPRIMÉES

Comme nous venons de le voir, au sens de l'Eurocode 3, l'étude du flambement des barres comprimées est fondée sur l'utilisation des courbes européennes de flambement.

2.1 – Résistance au flambement

Pour s'assurer de la résistance d'une barre comprimée vis-à-vis du flambement (EN 1993-1-1, § 6.3.1.1), il convient de vérifier l'expression suivante :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1,0$$

où : N_{Ed} est la valeur de calcul de l'effort de compression,

$N_{b,Rd}$ est la résistance de calcul de la barre comprimée au flambement.

Dans le cas général, cette dernière est prise égale à :

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{pour les sections transversales de Classes 1, 2 et 3,}$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A_{eff} f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{pour les sections transversales de Classe 4.}$$

où : χ est le coefficient de réduction pour le mode de flambement approprié.

2.2 – Courbes de flambement

Pour les barres à section transversale constante, le coefficient de réduction χ établi dans le paragraphe précédent, s'exprime par la relation suivante (EN 1993-1-1, § 6.3.1.2) :

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \text{mais : } \chi \leq 1$$

$$\text{où : } \phi = 0,5 \left[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right]$$

avec : α facteur d'imperfection (donné dans le tableau 1)

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl}}{N_{cr}}} \quad \text{pour les sections de Classes 1, 2 et 3,}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{eff} f_y}{N_{cr}}} \quad \text{pour les sections de Classe 4.}$$

si : A est l'aire de la section brute,

et si : N_{cr} est l'effort normal critique de flambement élastique pour le mode de flambement approprié, basé sur les propriétés de la section brute.

Tableau 1 - Facteurs d'imperfections des cinq courbes de flambement

| Courbe de flambement | a_0 | a | b | c | d |
|----------------------|-------|------|------|------|------|
| α | 0,13 | 0,21 | 0,34 | 0,49 | 0,76 |

Les cinq courbes de flambement $\chi = f(\bar{\lambda})$ sont tracées à la figure 9. Les valeurs tabulées donnant les valeurs de χ pour les différentes valeurs du facteur d'imperfection sont données en Annexe 2 à la fin du document. Le facteur d'imperfection est lié aux types de sections transversales, aux modes de fabrication, aux axes de flambement¹ et à la limite d'élasticité de l'acier. Pour le flambement par flexion, il est donné dans le tableau 2.

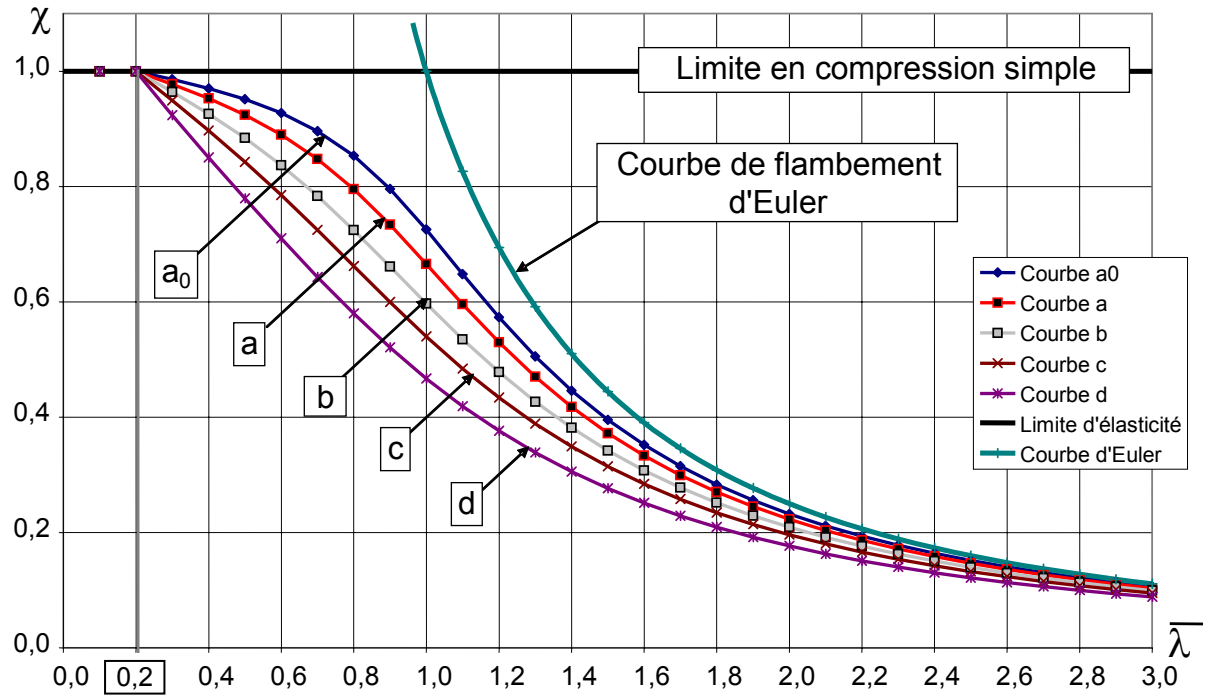
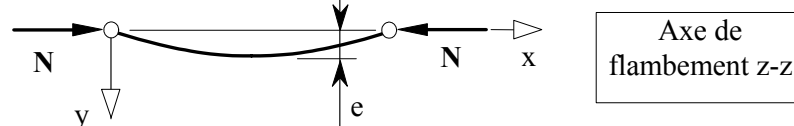


Figure 9 - Courbes de flambement

La vérification de la stabilité au flambement doit être effectuée si $\bar{\lambda} > 0,2$ ou si $\frac{N_{Ed}}{N_{cr}} > 0,04$.

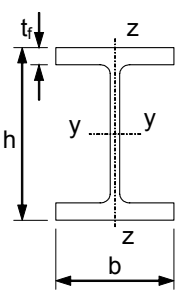
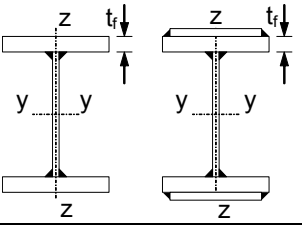
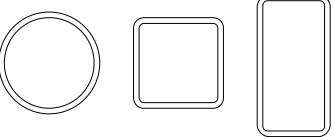
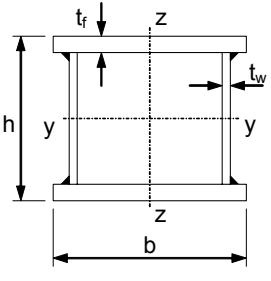
Dans le cas contraire, si $\bar{\lambda} \leq 0,2$ ou si $\frac{N_{Ed}}{N_{cr}} \leq 0,04$, elle n'est pas nécessaire.

¹ Nota: Le flambement est assimilable à une sollicitation de flexion composée. L'axe de flambement est celui qui correspond à l'axe qui porte le moment équivalent $N \times e$. Exemple :



En d'autres termes, pour les faibles élancements, le flambement n'est pas à craindre et seules les vérifications de sections transversales s'appliquent. C'est pourquoi les courbes de flambement présentent un palier pour les faibles élancements réduits.

Tableau 2 – Choix de la courbe de flambement selon les sections transversales

| Section transversale | Limites | Flambement selon l'axe (ou autour de l'axe) | Courbes de flambement | |
|---|--|---|---|----------------|
| | | | S235 S275 S355 S420 | S460 |
| Sections laminées en I ou en H  | $h/b > 1,2$ | $t_f \leq 40$ mm y-y z-z | a | a ₀ |
| | | | $40 \text{ mm} \leq t_f \leq 100$ y-y z-z | b |
| | $h/b \leq 1,2$ | $t_f \leq 100$ y-y z-z | b | a |
| | | | $t_f > 100$ y-y z-z | d |
| Sections I ou H soudées  | $t_f \leq 40$ mm | y-y z-z | b c | b c |
| | $t_f > 40$ mm | y-y z-z | c d | c d |
| Sections creuses  | Finies à chaud | Quelconque | a | a ₀ |
| | Formées à froid | Quelconque | c | c |
| Sections en caisson soudées  | En général | Quelconque | b | b |
| | Soudures épaisses $a > 0,5 t_f$ $b/t_f < 30$ $h/t_w < 30$ | Quelconque | c | c |
| Sections en U, T et pleines | | Quelconque | c | c |
| Sections en L | | Quelconque | b | b |

2.3 – Élancement pour le flambement par flexion

Nous avons déterminé, dans le paragraphe précédent, les expressions de l'élancement réduit dans le cas du flambement par flexion (figure 10) :

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl}}{N_{cr}}} \quad \text{pour les sections transversales de Classes 1, 2 et 3,}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{eff} f_y}{N_{cr}}} \quad \text{pour les sections transversales de Classe 4.}$$

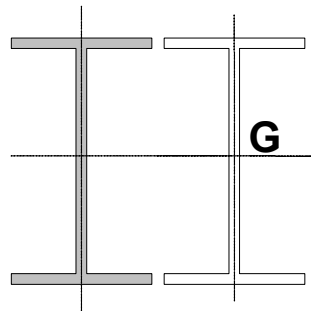


Figure 10 - Flambement par flexion

Nous avons également montré que λ_1 s'exprime sous la forme : $\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}$.

En posant $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$, comme $E = 210$ GPa, si f_y est exprimé en MPa, il s'écrit :

$$\lambda_1 = 93,9 \varepsilon .$$

La difficulté principale réside dans la détermination de l'effort critique de flambement N_{cr} et plus précisément de la longueur de flambement. Si l'Annexe E de la version ENV de l'Eurocode 3 donnait des indications pour déterminer cette longueur de flambement, il n'en est rien dans la version finale de l'EN 1993-1-1. Une possibilité pour déterminer la longueur de flambement réside dans le recours à une analyse non linéaire. Il reste bien sûr possible de continuer à utiliser l'Annexe E de l'ENV [3] qui, rappelons-le, s'appuie sur les abaques de Wood [8].

2.4 – Élancement pour le flambement par torsion ou par flexion-torsion

Pour les barres constituées de sections transversales ouvertes non bi-symétriques, il peut être nécessaire de mener une vérification de la résistance au flambement par torsion et par flexion-torsion.

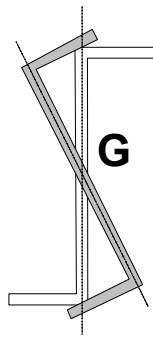


Figure 11 - Flambement par torsion

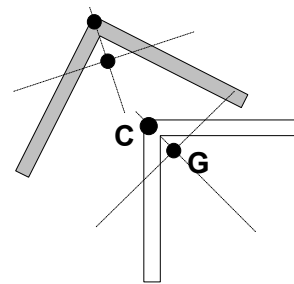


Figure 12 - Flambement par flexion-torsion

Ce type de flambement est souvent le cas :

- pour les sections ouvertes à centre de symétrie sensibles au flambement par torsion (figure 11 par exemple),
- pour les sections ouvertes non symétriques sensibles au flambement par flexion-torsion (figure 12 par exemple).

Il convient alors de déterminer l'élancement réduit $\bar{\lambda}_T$ pour le flambement par torsion ou par flexion-torsion par :

- $\bar{\lambda}_T = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}}$ pour les sections transversales de Classes 1, 2 et 3,
- $\bar{\lambda}_T = \sqrt{\frac{A_{eff} f_y}{N_{cr}}}$ pour les sections transversales de Classe 4,

où : $N_{cr} = N_{cr,TF}$ mais $N_{cr} < N_{cr,T}$.

$N_{cr,T}$ est l'effort critique de flambement élastique par torsion,

$N_{cr,TF}$ est l'effort critique de flambement élastique par flexion-torsion

Ces deux grandeurs dépendent des sections transversales :

$$N_{cr,T} = \frac{1}{i_0^2} \left(GI_t + \frac{\pi^2 EI_w}{\ell_{cr,T}^2} \right)$$

si : $i_0^2 = i_y^2 + i_z^2 + y_0^2 + z_0^2$

avec : y_0 et z_0 coordonnées du centre de cisaillement par rapport au centre de gravité de la section brute (figure 13).

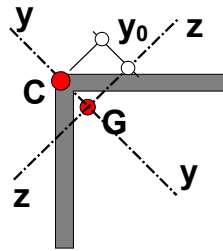


Figure 13 – Centre de cisaillement - Notations

Pour une section symétrique par rapport à l'axe y-y par exemple

$$N_{cr,TF} = \frac{N_{cr,y}}{2\beta} \left[1 + \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}} - \sqrt{\left(1 - \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}}\right)^2 + 4 \left(\frac{y_0}{i_0}\right)^2 \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}}} \right]$$

avec :

$$\beta = 1 - \left(\frac{y_0}{i_0}\right)^2$$

D'autres informations sont disponibles dans la partie 1-3 de l'Eurocode 3 (EN 1993-1-3) qui concerne les éléments à parois minces formés à froid pour lesquels ce type d'instabilité est à étudier presque systématiquement.

3 - DÉVERSEMENT DES BARRES FLÉCHIES

3.1 – Résistance au déversement

La résistance de calcul d'une barre fléchie non maintenue latéralement, et donc susceptible de déverser (EN 1993-1-1, Clause 6.3.2.1), doit être prise égale à :

$$M_{b,Rd} = \frac{\chi_{LT} W_y f_y}{\gamma_{M1}}$$

où : W_y est le module de résistance approprié pris de la façon suivante :

$W_y = W_{pl,y}$ pour les sections transversales de Classe 1 ou 2,

$W_y = W_{el,y}$ pour les sections transversales de Classe 3,

$W_y = W_{eff,y}$ pour les sections transversales de Classe 4,

χ_{LT} est le coefficient de réduction pour le déversement.

3.2 – Courbes de déversement

La valeur de ce coefficient χ_{LT} peut être obtenue par l'expression :

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}}$$

où :

$$\phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

avec :

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}}$$

M_{cr} est le moment critique pour le déversement élastique.

α_{LT} est le facteur d'imperfection pour le déversement, il est donné dans le tableau 3.

Tableau 3 – Valeurs recommandées pour les facteurs d'imperfection des courbes de déversement

| Courbe de déversement | a | b | c | d |
|-----------------------|------|------|------|------|
| α_{LT} | 0,21 | 0,34 | 0,49 | 0,76 |

Le choix des courbes de déversement est précisé dans le tableau 4.

Tableau 4 – Choix des courbes de déversement

| Sections transversales | Limites | Courbes de déversement |
|------------------------|--------------|------------------------|
| Sections en I laminées | $h/b \leq 2$ | a |
| | $h/b > 2$ | b |
| Sections en I soudées | $h/b \leq 2$ | c |
| | $h/b > 2$ | d |
| Autres sections | - | d |

La vérification au déversement n'est nécessaire que lorsque $\bar{\lambda}_{LT} > 0,2$. Dans le cas contraire ou si la poutre est maintenue latéralement sur toute sa longueur, le déversement (ou flambement latéral) n'est pas à craindre.

Il est à noter que la détermination du moment critique de déversement élastique n'est pas indiqué dans la version finale de l'EN 1993-1-1 alors qu'elle correspondait à l'Annexe F de la version ENV. L'annexe AX1 de l'Annexe Nationale [2] apporte néanmoins tous les éléments nécessaires à l'évaluation de M_{cr} .

3.3 – Courbes de déversement pour profilés laminés ou sections soudées équivalentes

D'après cette Annexe Nationale, une section soudée équivalente est une section reconstituée soudée en I telle que :

- le rapport des inerties de semelles dans leur plan est $\leq 1,2$
- la section est symétrique par rapport à l'âme
- $\frac{t_{f \max}}{t_w} \leq 3$

Dans ce cas, les valeurs de χ_{LT} peuvent être déterminées par les expressions suivantes :

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{mais} \quad \begin{cases} \chi_{LT} \leq 1,0 \\ \chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \end{cases}$$

$$\phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

avec au maximum $\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,4$ et au minimum $\beta = 0,75$.

L'Annexe Nationale précise comment déterminer $\bar{\lambda}_{LT,0}$ et α_{LT} :

- Sections laminées en I doublement symétriques :

$$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,2 + 0,1 \frac{b}{h} \quad \text{et} \quad \alpha_{LT} = 0,4 - 0,2 \frac{b}{h} \bar{\lambda}_{LT}^2 \geq 0$$

- Sections soudées en I doublement symétriques :

$$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,3 \frac{b}{h} \quad \text{et} \quad \alpha_{LT} = 0,5 - 0,25 \frac{b}{h} \bar{\lambda}_{LT}^2 \geq 0$$

- Autres types de sections :

$$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,2 \quad \text{et} \quad \alpha_{LT} = 0,76$$

et pour toutes les sections : $\beta = 1,0$

Dans ce cas, le choix des courbes de déversement est précisé dans le tableau 5.

Tableau 5 – Choix des courbes de déversement associées aux profils laminés ou sections soudées équivalentes

| Sections transversales | Limites | Courbes de déversement |
|------------------------|--------------|------------------------|
| Sections en I laminées | $h/b \leq 2$ | b |
| | $h/b > 2$ | c |
| Sections en I soudées | $h/b \leq 2$ | c |
| | $h/b > 2$ | d |

4 – BARRES UNIFORMES FLÉCHIES ET COMPRIMÉES

Les sollicitations de flexion sont amplifiées par l'effet de flambement (figure 14).

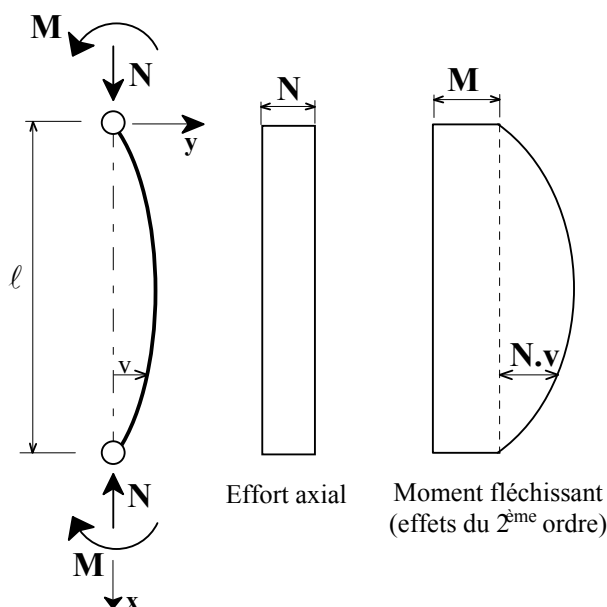


Figure 14 - Sollicitation de flexion composée

Au sens de l'EN 1993-1-1, la vérification des barres uniformes fléchies et comprimées s'applique aux barres à sections transversales bi-symétriques non sensibles à la distorsion.

Une distinction est faite entre :

- les barres qui ne sont pas sensibles aux déformations par torsion (sections creuses ou sections maintenues en torsion),
- les barres sensibles aux déformations par torsion (sections transversales ouvertes et non maintenues en torsion).

La stabilité en flexion composée avec risque de flambement et de déversement, s'appuie sur les relations générales suivantes :

$$\frac{\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\frac{\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

où :

N_{Ed} , $M_{y,Ed}$ et $M_{z,Ed}$ sont les valeurs de calcul de l'effort de compression et de moments maximaux dans la barre par rapport respectivement à l'axe y-y et à l'axe z-z.

$\Delta M_{y,Ed}$ et $\Delta M_{z,Ed}$ sont les moments provoqués par le décalage de l'axe neutre pour les sections transversales de Classe 4.

χ_y et χ_z sont les facteurs de réduction dus au flambement par flexion

χ_{LT} est le facteur de réduction dû au déversement

k_{yy} , k_{yz} , k_{zy} , k_{zz} sont les facteurs d'interaction. Ils ont été dérivés à partir de deux approches alternatives. La méthode 1, dite « méthode franco-belge » et la méthode 2 encore appelée « méthode germano-autrichienne ».

Les deux méthodes sont proposées dans l'EN 1993-1-1 en laissant le soin aux Annexes Nationales de fixer ou non le choix entre ces méthodes. C'est la méthode 1 qui a été retenue par l'Annexe Nationale française [2]. C'est donc la seule que sera présentée ici. Il est à noter qu'un document explicatif va être publié très prochainement [8]. Il expose la construction de ces deux méthodes de calcul et il contient de nombreux exemples d'application qui dédramatisent l'apparente complexité des deux formulations.

4.1 - Règles pour les barres de sections transversales de Classes 1 et 2

Pour les barres dont les sections transversales sont de Classes 1 et 2, les expressions précédentes se réduisent à :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{pl,Rd}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{pl,Rd}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}} \leq 1$$

avec les coefficients :

$$k_{yy} = C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{yy}}$$

$$k_{yz} = C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{yz}} 0,6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}}$$

$$k_{zy} = C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{zy}} 0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}}$$

$$k_{zz} = C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{zz}}$$

dans lesquels :

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$$

$$\mu_z = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}{1 - \chi_z \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$$

si :

$$w_y = \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}} \leq 1,5$$

$$w_z = \frac{W_{pl,z}}{W_{el,z}} \leq 1,5$$

$$n_{pl} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rk} / \gamma_{M1}}$$

avec :

$$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[\left(2 - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max} - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max}^2 \right) n_{pl} - b_{LT} \right] \geq \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$$

où :

$$b_{LT} = 0,5 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{\chi_{LT,mod}} \frac{M_{y,Ed}}{M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}}$$

$$C_{yz} = 1 + (w_z - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max}^2}{w_z^5} \right) n_{pl} - c_{LT} \right] \geq 0,6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}} \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}$$

$$c_{LT} = 10 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{5 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT,mod} M_{pl,y,Rd}}$$

$$C_{zy} = 1 + (w_y - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max}^2}{w_y^5} \right) n_{pl} - d_{LT} \right] \geq 0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}} \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$$

$$d_{LT} = 2 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0}{0,1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT,mod} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{C_{mz} M_{pl,z,Rd}}$$

$$C_{zz} = 1 + (w_z - 1) \left[\left(2 - \frac{1,6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max} - \frac{1,6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max}^2 - e_{LT} \right) n_{pl} \right]$$

$$e_{LT} = 1,7 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0}{0,1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT,mod} M_{pl,y,Rd}}$$

si :

$$\bar{\lambda}_{max} = \max \left\{ \frac{\bar{\lambda}_y}{\bar{\lambda}_z} \right\}$$

et si :

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \quad \text{mais} \quad \begin{cases} \chi_{LT,mod} \leq 1,0 \\ \chi_{LT,mod} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \end{cases}$$

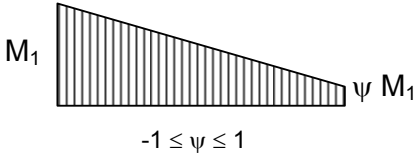
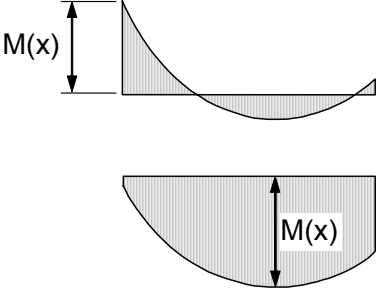
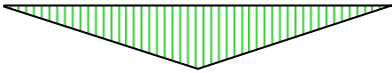
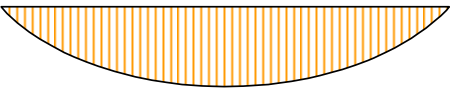
avec :

$$f = 1 - 0,5(1 - k_c) \left[1 - 2(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right] \quad \text{mais} \quad f \leq 1$$

et si : $a_{LT} = 1 - \frac{I_T}{I_y} \geq 0$ qui doit être pris égal à 0 si le déversement est empêché (a_{LT} est destiné à assurer la transition entre les sections ouvertes et les sections fermées)

Les valeurs du moment uniforme équivalent sont données dans le tableau 6.

Tableau 6 – Facteur de moment uniforme équivalent

| Diagramme de moment | $C_{mi,0}$ |
|--|---|
|  <p>M_1 ψM_1 $-1 \leq \psi \leq 1$</p> | $C_{mi,0} = 0,79 + 0,21\psi_i + 0,36(\psi_i - 0,33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$ |
|  <p>$M(x)$ $M(x)$</p> | $C_{mi,0} = 1 + \left(\frac{\pi^2 E I_i \delta_x }{L^2 M_{i,Ed}(x) } - 1 \right) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$ <p>$M_{i,Ed}(x)$: moment maximal $M_{y,Ed}$ ou $M_{z,Ed}$ δ_x : flèche maximale locale le long de la barre</p> |
|  | $C_{mi,0} = 1 - 0,18 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$ |
|  | $C_{mi,0} = 1 + 0,03 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$ |

4.2 - Règles pour les barres de sections transversales de Classe 3

Pour les barres dont les sections transversales sont de Classe 3, les expressions précédentes deviennent :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{pl,Rd}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{el,y,Rd}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed}}{M_{el,z,Rd}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{pl,Rd}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{el,y,Rd}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed}}{M_{el,z,Rd}} \leq 1$$

avec :

$$k_{yy} = C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$$

$$k_{yz} = C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$$

$$k_{zy} = C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$$

$$k_{zz} = C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$$

Les autres termes sont identiques à ceux donnés précédemment.

4.3 - Règles pour les barres de sections transversales de Classe 4

Pour les barres dont les sections transversales sont de Classe 4, les expressions de vérification s'écrivent :

$$\frac{\frac{N_{Ed}}{\chi_z A_{eff} f_y}}{\gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{\frac{M_{y,Ed} + e_{N,y} N_{Ed}}{\chi_{LT} W_{eff,y} f_y}}{\gamma_{M1}} + k_{zz} \frac{\frac{M_{z,Ed} + e_{N,z} N_{Ed}}{W_{eff,z} f_y}}{\gamma_{M1}} \leq 1$$

$$\frac{\frac{N_{Ed}}{\chi_y A_{eff} f_y}}{\gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{\frac{M_{y,Ed} + e_{N,y} N_{Ed}}{\chi_{LT} W_{eff,y} f_y}}{\gamma_{M1}} + k_{yz} \frac{\frac{M_{z,Ed} + e_{N,z} N_{Ed}}{W_{eff,z} f_y}}{\gamma_{M1}} \leq 1$$

4.4 - Sensibilité à la déformation par torsion

Elle dépend de la valeur de $\bar{\lambda}_0$, élancement réduit dans le cas du moment fléchissant uniforme, c'est-à-dire $\psi_y = 1,0$ dans la tableau 6.

L'élancement $\bar{\lambda}_0,lim$ limite a pour expression :

$$\bar{\lambda}_{0,lim} = 0,2 \sqrt{C_1} \sqrt[4]{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,TF}}\right)}$$

Les valeurs de $\bar{\lambda}_0$ inférieures à $\bar{\lambda}_0,lim$ correspondent à des barres qui ne sont pas sensibles aux déformations par torsion à l'inverse des valeurs supérieures. Le tableau 7 synthétise les termes C_{my} , C_{mz} et C_{mLT} à prendre en compte selon les cas.

Tableau 7 – Coefficients C_m selon la sensibilité aux déformations par torsion

| Si $\bar{\lambda}_0 \leq \bar{\lambda}_{0,lim}$ | Si $\bar{\lambda}_0 > \bar{\lambda}_{0,lim}$, |
|---|--|
| $C_{my} = C_{my,0}$ | $C_{my} = C_{my,0} + (1 - C_{my,0}) \frac{\sqrt{\varepsilon_y} a_{LT}}{1 + \sqrt{\varepsilon_y} a_{LT}}$ |
| $C_{mz} = C_{mz,0}$ | $C_{mz} = C_{mz,0}$ |
| $C_{mLT} = 1,0$ | $C_{mLT} = C_{my}^2 \frac{a_{LT}}{\sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)}}$ |
| | $\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A}{W_{el,y}}$ pour les sections transversales de Classes 1, 2 et 3 |
| | $\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A_{eff}}{W_{eff,y}}$ pour les sections transversales de Classe 4 |

Dans ces expressions sont utilisées les grandeurs suivantes :

- $N_{cr,y}$ effort normal critique de flambement élastique par flexion selon l'axe y-y
- $N_{cr,z}$ effort normal critique de flambement élastique par flexion selon l'axe z-z
- $N_{cr,T}$ effort normal critique de flambement élastique par torsion
- $N_{cr,TF}$ effort normal critique de flambement élastique par flexion-torsion
- I_T inertie de torsion de ST Venant
- I_y moment d'inertie de flexion par rapport à l'axe y-y
- C_1 facteur dépendant du chargement et des conditions aux extrémités à prendre dans la littérature.

4.5 – Vérification aux extrémités de la barre

En plus de la vérification de la résistance aux instabilités, il convient de **vérifier la résistance des sections transversales à chaque extrémité de la barre.**

ETATS LIMITES DE SERVICE

1 – PRÉAMBULE

Les Etats Limites de Service (E.L.S.) correspondent aux états au-delà desquels les exigences d'aptitude au service (ou à l'utilisation) de la structure ne sont plus respectées. On distingue :

- les ELS irréversibles : ce sont ceux qui resteront dépassés en permanence lorsque les actions à l'origine du dépassement auront disparu ;
- les ELS réversibles : ce sont ceux qui ne seront plus dépassés lorsque les actions à l'origine du dépassement auront disparu.

Ces états limites concernent donc :

- l'aptitude au fonctionnement de la structure,
- le confort des utilisateurs,
- l'aspect du bâtiment ou de l'ouvrage.

On peut citer quelques exemples d'ELS :

- Les déformations (flèches) qui altèrent l'aptitude au fonctionnement ou l'aspect de l'ouvrage ou de ses installations, qui engendrent des dégâts aux éléments secondaires (cas de cloisons qui fissurent du fait qu'elles reposent sur de poutres trop fléchies) et qui affectent également le confort des utilisateurs.
- Les vibrations, qui perturbent et limitent l'aptitude au fonctionnement (exploitation) de la structure et qui nuisent au confort des personnes.
- Les fissurations, qui altèrent l'aspect et la durabilité de l'ouvrage (cloisons, murs secondaires, bardages) et qui peuvent, à long terme, affecter la capacité portante de l'ouvrage (fissuration sur appui d'une poutre mixte continue).
- Les défauts d'étanchéité, qui limitent l'aptitude au fonctionnement de l'ouvrage.

2 – LES DÉPLACEMENTS

Nous donnons ici les déplacements maximums autorisés sous les combinaisons d'actions propres à l'ELS.

2.1 - Flèches verticales

La figure 15 représente les flèches verticales dans le cas d'une poutre fléchie simplement appuyée.

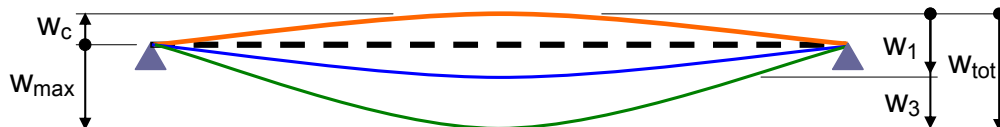


Figure 15 – Décomposition des différentes flèches d'une poutre fléchie

Les symboles utilisés sont les suivants :

w_1 : flèche due aux actions permanentes,

w_3 : flèche additionnelle due aux actions variables,

w_c : contre-flèche dans l'élément structural non chargé,

La flèche totale, w_{tot} , est donc telle que : $w_{tot} = w_1 + w_3$

La flèche résiduelle totale w_{max} , incluant la contre-flèche, a pour expression :

$$w_{max} = w_1 + w_3 - w_c$$

Les valeurs limites recommandées pour les flèches verticales des poutres de bâtiment sont données dans le tableau 7 où L est la portée de la poutre. Il convient de leur comparer les valeurs calculées à partir des combinaisons caractéristiques. Pour les poutres en porte-à-faux, la longueur L à considérer est égale à deux fois la longueur du porte-à-faux.

Tableau 7 – Valeurs limites maximales recommandées pour les flèches verticales

| Conditions | Limites | |
|--|------------|-----------|
| | w_{\max} | w_3 |
| Toitures en général (non accessibles aux usagers) | $L / 200$ | $L / 250$ |
| Toitures supportant fréquemment du personnel autre que le personnel d'entretien | $L / 200$ | $L / 300$ |
| Planchers en général | $L / 200$ | $L / 300$ |
| Planchers et toitures supportant des cloisons en plâtre ou en autres matériaux fragiles ou rigides | $L / 250$ | $L / 350$ |
| Planchers supportant des poteaux | $L / 400$ | $L / 500$ |
| Cas où w_{\max} peut nuire à l'aspect du bâtiment | $L / 250$ | |

2.2 - Flèches horizontales

L'EC3 propose également des limites pour les déplacements horizontaux représentés à la figure 16.

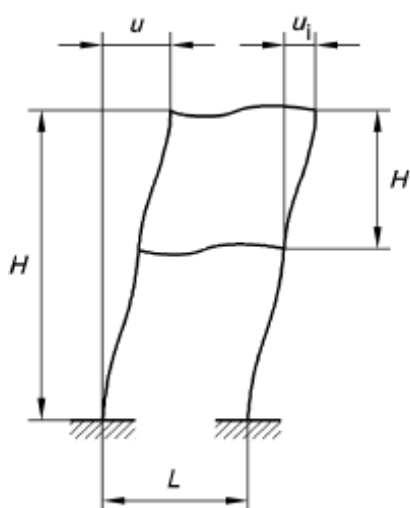


Figure 16 – Définition des déplacements horizontaux

Ici, les symboles utilisés sont les suivants :

u : déplacement horizontal sur la hauteur H du bâtiment

u_i : déplacement horizontal sur la hauteur H_i d'un étage

H_i : hauteur du poteau ou de l'étage ;

H : hauteur totale de la structure ;

L_i : distance entre deux portiques consécutifs ou la longueur de la lisse.

Tableau 8 – Valeurs limites recommandées pour les flèches horizontales

| Type de construction | Limites |
|---|---|
| <i>Bâtiments industriels à niveau unique sans pont roulant, avec parois non fragiles</i> | |
| - déplacement en tête de poteaux | $H / 150$ |
| - déplacement différentiel en tête entre deux portiques consécutifs | $H / 150$ |
| <i>Eléments supports de bardage métallique (hors encadrement de baies)</i> | |
| - lisses | $L_i / 150$ |
| - montants (flèche propre) | $H_i / 150$ |
| <i>Autres bâtiments à niveau unique, sans pont roulant</i> | |
| - déplacement en tête de poteaux | $H_i / 250$ |
| - déplacement différentiel en tête entre deux portiques consécutifs | $L_i / 200$ |
| <i>Bâtiments industriels à plusieurs niveaux, sans pont roulant, avec parois non fragiles</i> | |
| - entre chaque étage | $H_i / 200$ |
| - pour la structure dans son ensemble: | si $H \leq 30$ m |
| | si $H > 30$ m |
| | $H / 200$ |
| | $H / 300$ |
| <i>Autres bâtiments à plusieurs niveaux sans ponts roulants</i> | |
| - entre chaque étage | $H_i / 300$ |
| - pour la structure dans son ensemble : | si $H \leq 10$ m |
| | si $10 \text{ m} < H \leq 30 \text{ m}$ |
| | si $H > 30$ m |
| | $H / 300$ |
| | $\frac{H}{200 + 10 H}$ |
| | $H / 500$ |

Pour les ossatures supports de chemin de roulement (non abordées dans le cadre de ce cours), le lecteur est invité à consulter le tableau 3 de l'Annexe Nationale.

3 – LES VIBRATIONS (effets dynamiques)

Les constructions doivent également être prémunies contre les effets des vibrations et les amplifications dynamiques dues aux phénomènes de résonance. Ces effets peuvent être causés par les machines, l'action du vent, les déplacements de personnes à l'intérieur de bâtiments.

Pour le fonctionnement de la structure ou le confort de l'utilisateur, il convient de maintenir la fréquence naturelle des vibrations de la structure ou de l'élément structural au-dessus de valeurs appropriées, selon la fonction du bâtiment et la source des vibrations.

En l'absence de spécifications particulières, les limitations sur les fréquences propres de vibrations les plus basses des planchers des structures sont données au tableau xxx

Dans le calcul de la fréquence propre, la masse à retenir relative aux charges d'exploitation correspond à 20 % des charges d'exploitation prise en compte dans la combinaison caractéristique. Lorsqu'une part des charges d'exploitation correspond à des éléments non structuraux rigidement fixés à la construction (cloisons légères par exemple), la masse correspondante à retenir est 100 % de cette part et 20 % pour le reste.

Lorsque la première fréquence propre est inférieure à la fréquence limite recommandée (tableau 10.2), il convient de procéder à une analyse plus affinée de la réponse dynamique de la structure, en tenant compte de l'amortissement.

Tableau 9 – Valeurs limites des fréquences de vibrations les plus basses des planchers

| Nature des locaux | Fréquence propre |
|---------------------------|-------------------------|
| Habitations, bureaux | 2,6 Hz |
| Gymnases, salles de danse | 5 Hz |

BIBLIOGRAPHIE

OUVRAGES DE BASE EN FRANÇAIS

- APK** – *Construction Métallique et Mixte Acier-Béton*. Tome 1 : Calcul et dimensionnement, Eyrolles 1996.
- APK** – *Construction Métallique et Mixte Acier-Béton*. Tome 2 : Conception et mise en œuvre, Eyrolles 1996.
- M. HIRT et R. BEZ** – *Construction Métallique. Notions fondamentales et méthodes de dimensionnement*, Traité de Génie Civil de l'EPFL, Vol. 10, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, 1994.
- J. BROZZETTI, M. HIRT et R. BEZ** – *Construction Métallique. Exemples numériques adaptés aux Eurocodes*, Complément au Traité de Génie Civil de l'EPFL, Vol. 10, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, 1994.
- M. HIRT et M. CRISINEL** – *Charpentes Métallique. Conception et dimensionnement des halles de bâtiments*, Traité de Génie Civil de l'EPFL, Vol. 11, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, 2004.
- P. MAÎTRE** – *Formulaire de la Construction Métallique*, Éditions du Moniteur, 2^{ème} édition, 2001.
- ESDEP** - CD-ROM : *Support pédagogique pour l'enseignement de la Construction Métallique*, Cahiers de l'APK, n°23, OTUA 1999
- SSEDTA** – CD-ROM : *Eurocodes pour les Structures en Acier. Élaboration d'une Approche Transnationale*, Cahiers de l'APK, n°29, OTUA 2001.
- NFATEC** – CD-ROM : *Web-based training for Engineers in the Eurocodes for Structural Steel Design* en version française, Cahiers de l'APK, n°42, OTUA 2006.

OUVRAGE DE BASE EN LANGUE ANGLAISE

- P. DOWLING, P. KNOWLES et G. OWENS** - *Structural Steel Design*, Butterworths, 1988.

OUVRAGES TECHNOLOGIQUES INTÉRESSANTS À LIRE EN COMPLÉMENT

Le **MONITEUR** - *Construire en acier*, Éditions du Moniteur, 1993.

OTUA - *Lexique de Construction Métallique et de Résistance des Matériaux*, 1992.

F. HART, W. HENN et H. SONTAG - *Structure acier - Bâtiments à étages*, Publimétal, 1986.

OUVRAGES OU ARTICLES SPÉCIALISÉS RÉFÉRENCÉS DANS LE TEXTE

- [1] **EN 1993-1-1 :2004** – *Eurocode 3 - Calcul des structures en acier. Partie 1-1: Règles générales et Règles pour les Bâtiments*. CEN/TC 250, décembre 2004.
- [2] **NF EN 1993-1-1, Annexe Nationale** – *Eurocode 3 - Calcul des structures en acier. Partie 1-1: Règles générales et Règles pour les Bâtiment*. AFNOR, août 2005.
- [3] **ENV 1993-1-1** - *EUROCODE 3 et Document d'Application Nationale - Calcul des structures en acier. Partie 1-1: Règles générales et Règles pour les Bâtiments*. P 22-311-0, Eyrolles 1996.
- [4] **COCHRANE V.H.** - *Rules for rivets holes deductions in tension members*. Engineering News-Record, n°89, novembre 1922.
- [5] **LEQUIEN P.** - *Modules plastiques de sections courantes*. Construction Métallique, n°4, 1990.
- [6] **LESCOUARC'H Y.** - *Capacité de résistance d'une section soumise à divers types de sollicitations*. Construction Métallique, n°2, 1977.
- [7] **MAQUOI R. et RONDAL J.** - *Mise en équation des nouvelles courbes européennes de flambement*. Construction Métallique, n°1, 1978.
- [8] **WOOD R.H.** - *Effective lengths of columns in multi-storey buildings*. The Structural Engineer, Vol. 52 :7, 235-244, 1974.
- [9] **BOISSONNADE N., GREINER R. et JASPART J.P.** - *Rules for Member stability in EN 1993-1-1*. Background documentation and design guidelines. CECM-TC8 "Stabilité" (à paraître fin 2006-début 2007).

Annexe 1

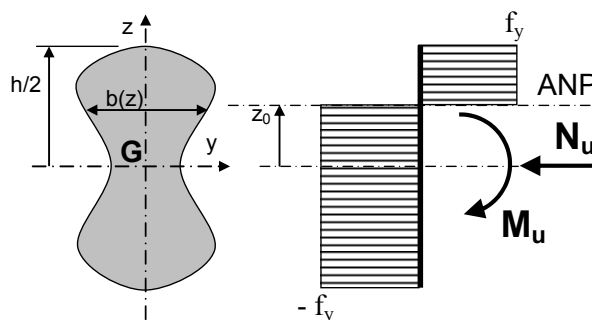
CAPACITÉ DE RÉSISTANCE D'UNE SECTION TRANSVERSALE SOUMISE À UNE FLEXION COMPOSÉE

Ce texte est issu de la référence [1] dont la démarche est adaptée aux notations actuelles des Eurocodes.

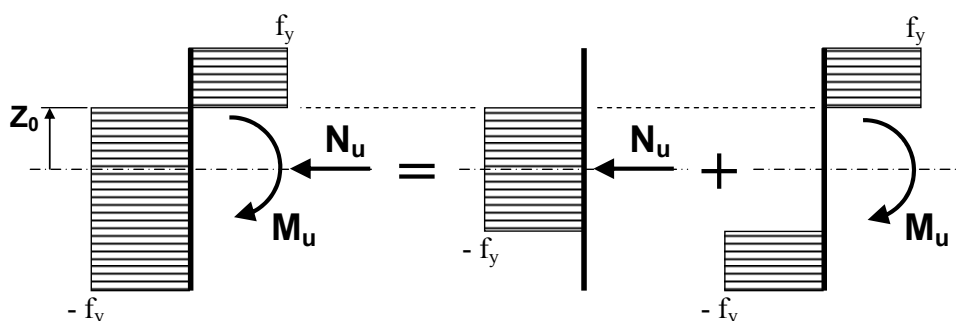
1 - Plastification d'une section transversale en flexion composée

Soit une section transversale bi-symétrique, soumise à une sollicitation de flexion composée. Les efforts ultimes correspondant à la plastification de la section, sont notés N_u et M_u .

L'axe neutre plastique est à la distance z_0 de l'axe de symétrie.



Ce diagramme peut être décomposé en deux diagrammes séparés ayant pour résultante un effort normal seul N_u et l'autre un moment de flexion seul M_u de la manière suivante :



Les efforts ultimes correspondant à la plastification de la section transversale sont donnés par les deux équations suivantes :

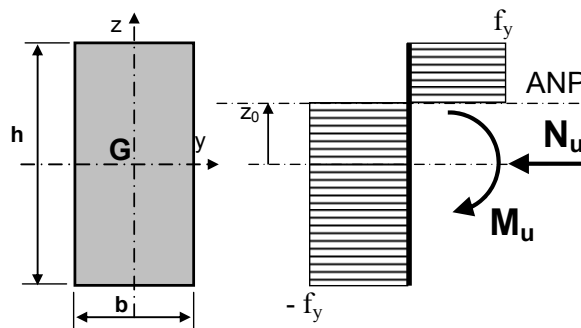
$$N_u = 2 f_y \int_0^{z_0} b(z).dz \quad (1)$$

$$M_u = 2 f_y \int_{z_0}^{h/2} z.b(z).dz \quad (2)$$

1.1.- Section rectangulaire

Dans le cas d'une section rectangulaire, les expressions (1) et (2) deviennent :

$$N_u = 2 f_y \int_0^{z_0} b.dz = 2 b.f_y.z|_0^{z_0} = 2 b.f_y.z_0 \quad (3)$$



$$M_u = 2 f_y \int_{z_0}^{h/2} z.b.dz = 2 b.f_y \frac{z^2}{2} \Big|_{z_0}^{h/2} = 2 b.f_y \left[\frac{(h/2)^2}{2} - \frac{z_0^2}{2} \right] = b.f_y \left[\left(\frac{h}{2} \right)^2 - z_0^2 \right] \quad (4)$$

En éliminant z_0 entre les deux équations, nous obtenons :

$$z_0 = \frac{N_u}{2 b.f_y} \quad (5)$$

d'où :

$$M_u = b.f_y \left[\left(\frac{h}{2} \right)^2 - \left(\frac{N_u}{2 b.f_y} \right)^2 \right] \quad (6)$$

L'effort normal et le moment plastique d'une telle section transversale sont respectivement :

$$N_{pl} = b.h.f_y \quad (7)$$

et :

$$M_{pl} = 2.b.\frac{h}{2}.\frac{h}{4}.f_y = \frac{b.h^2.f_y}{4} \quad (8)$$

Nous pouvons alors écrire les efforts ultimes des équations (5) et (6) sous la forme :

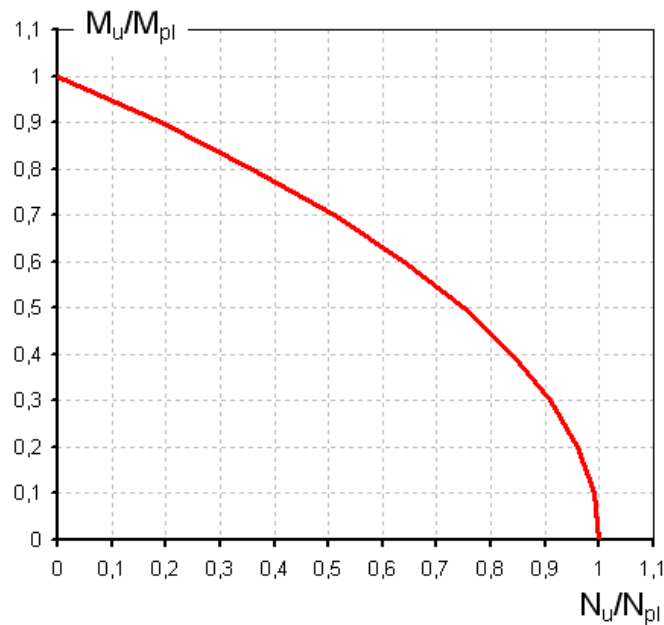
$$M_u = \left[\frac{bh^2 f_y}{4} - \frac{N_u^2}{4 b f_y} \right] = M_{pl} - \frac{h.N_u^2}{4 N_{pl}} = M_{pl} \left(1 - \frac{h.N_u^2}{4 N_{pl}.M_{pl}} \right) = M_{pl} \left(1 - \frac{h.N_u^2}{N_{pl}.b.h^2.f_y} \right)$$

$$M_u = M_{pl} \left(1 - \frac{N_u^2}{N_{pl}^2} \right)$$

soit :

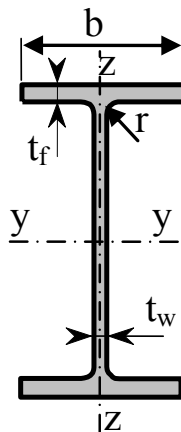
$$\frac{M_u}{M_{pl}} = 1 - \left(\frac{N_u}{N_{pl}} \right)^2 \quad (9)$$

La courbe correspondant à cette fonction est donnée à la figure suivante :



1.2.- Section en I fléchie autour de l'axe fort

Les notations sont les suivantes :



Pour ce calcul, nous allons négliger la présence des rayons de raccordement âme-semelle.

Posons l'aire de l'âme A_w égale à : $A_w = A - 2.b.t_f$

Pour une telle section, l'effort normal et le moment plastique sont les suivants :

$$N_{pl} = A.f_y \quad (10)$$

et :

$$M_{pl,y} = b.t_f(h-t_f)f_y + \left(\frac{h}{2} - t_f\right)^2 t_w.f_y \quad (11)$$

ou :

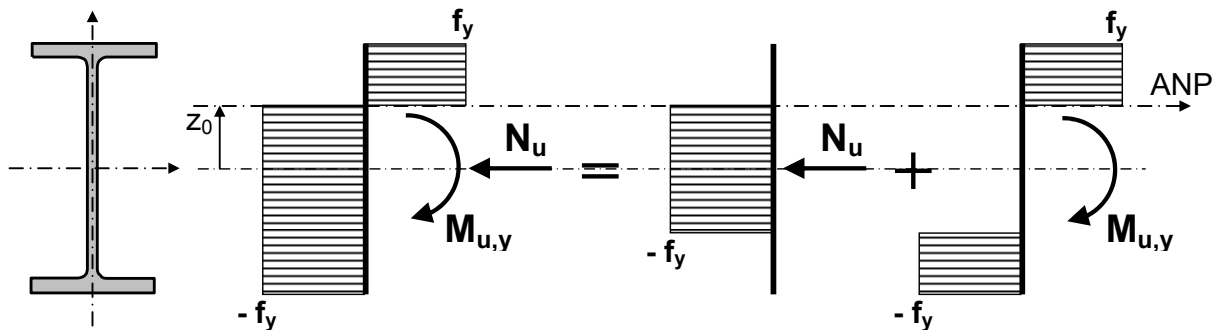
$$M_{pl,y} = \left[\frac{(A - A_w)}{2}(h - t_f) + \frac{1}{4}(h - 2.t_f)^2 t_w \right] f_y$$

soit encore :

$$M_{pl,y} = \left[\frac{A - A_w}{2}(h - t_f) + \frac{1}{4}(h - 2.t_f)A_w \right] f_y \quad (12)$$

Pour calculer les expressions analytiques des courbes d'interaction des équations (1) et (2), il convient de distinguer la position de l'axe neutre plastique : dans l'âme ou dans une semelle.

1.2.1. - Si l'axe neutre plastique passe par l'âme du profilé (c'est-à-dire si $0 \leq \frac{N_u}{N_{pl}} \leq \frac{A_w}{A}$) :



$$N_u = 2 f_y \int_0^{z_0} t_w \cdot dz = 2 t_w \cdot f_y \cdot z \Big|_0^{z_0} = 2 t_w \cdot f_y \cdot z_0 \quad (13)$$

$$M_{u,y} = 2 f_y \int_{z_0}^{\frac{h}{2}-t_f} z \cdot t_w \cdot dz + 2 f_y \int_{\frac{h}{2}-t_f}^{\frac{h}{2}} z \cdot b \cdot dz = 2 t_w \cdot f_y \frac{z^2}{2} \Big|_{z_0}^{\frac{h}{2}-t_f} + 2 \cdot b \cdot f_y \frac{z^2}{2} \Big|_{\frac{h}{2}-t_f}^{\frac{h}{2}}$$

$$M_{u,y} = t_w \cdot f_y \left[\left(\frac{h}{2} - t_f\right)^2 - z_0^2 \right] + b \cdot f_y \left[\left(\frac{h}{2}\right)^2 - \left(\frac{h}{2} - t_f\right)^2 \right]$$

$$M_{u,y} = t_w \cdot f_y \left[\left(\frac{h}{2} - t_f \right)^2 - z_0^2 \right] + b \cdot t_f \cdot f_y (h - t_f) \quad (14)$$

De l'équation (13), on déduit :

$$z_0 = \frac{N_u}{2 t_w \cdot f_y} \quad (15)$$

En remplaçant z_0 par sa valeur dans (14), il vient :

$$M_{u,y} = t_w \cdot f_y \left[\left(\frac{h}{2} - t_f \right)^2 - \left(\frac{N_u}{2 t_w \cdot f_y} \right)^2 \right] + b \cdot t_f \cdot f_y (h - t_f) \quad (16)$$

$$M_{u,y} = t_w \cdot f_y \left[\left(\frac{h}{2} - t_f \right)^2 - \left(\frac{N_u}{2 t_w \cdot f_y} \right)^2 \right] + M_{pl,y} - t_w \cdot f_y \left(\frac{h}{2} - t_f \right)^2 \quad (17)$$

$$M_{u,y} = - t_w \cdot f_y \left(\frac{N_u}{2 t_w \cdot f_y} \right)^2 + M_{pl,y} \quad (18)$$

$$\frac{M_{u,y}}{M_{pl,y}} = 1 - \frac{N_u^2}{4 t_w \cdot f_y \cdot M_{pl,y}} \quad (19)$$

$$\frac{M_{u,y}}{M_{pl,y}} = 1 - \left(\frac{N_u}{N_{pl}} \right)^2 \frac{1}{4 t_w \cdot f_y \cdot \frac{M_{pl,y}}{N_{pl}^2}} \quad (20)$$

D'après l'expression (12), nous avons :

$$M_{pl,y} = \left[\frac{A - A_w}{2} (h - t_f) + \frac{1}{4} (h - 2 \cdot t_f) A_w \right] f_y \quad (12)$$

Le terme du dénominateur de l'équation (20) s'écrit :

$$: \quad 4 t_w \cdot f_y \cdot \frac{M_{pl,y}}{N_{pl}^2} = 4 t_w \left[\frac{A - A_w}{2} (h - t_f) + \frac{1}{4} (h - 2 \cdot t_f) A_w \right] \frac{(f_y)^2}{(A \cdot f_y)^2}$$

$$4 t_w \cdot f_y \cdot \frac{M_{pl,y}}{N_{pl}^2} = t_w \left[2A \left(1 - \frac{A_w}{A} \right) (h - t_f) + (h - 2 \cdot t_f) A_w \right] \frac{1}{A^2}$$

$$4 t_w \cdot f_y \cdot \frac{M_{pl,y}}{N_{pl}^2} = \left[2 A t_w \left(1 - \frac{A_w}{A} \right) (h - t_f) + t_w (h - 2 t_f) A_w \right] \frac{1}{A^2} \quad (21)$$

En remarquant que : $A_w = (h - 2 t_f) t_w$, il vient :

$$4 t_w \cdot f_y \cdot \frac{M_{pl,y}}{N_{pl}^2} = \left[2 A \cdot \frac{A_w}{h - 2 t_f} \left(1 - \frac{A_w}{A} \right) (h - t_f) + A_w^2 \right] \frac{1}{A^2}$$

soit :

$$4 t_w \cdot f_y \cdot \frac{M_{pl,y}}{N_{pl}^2} = \left[2 \left(\frac{h - t_f}{h - 2 t_f} \right) \left(1 - \frac{A_w}{A} \right) A A_w + A_w^2 \right] \frac{1}{A^2}$$

ou :

$$4 t_w \cdot f_y \cdot \frac{M_{pl,y}}{N_{pl}^2} = 2 \left(\frac{h - t_f}{h - 2 t_f} \right) \left(1 - \frac{A_w}{A} \right) \frac{A_w}{A} + \left(\frac{A_w}{A} \right)^2 \quad (22)$$

L'expression (20) peut donc s'écrire sous la forme indiquée dans la référence [1] :

$$\frac{M_{u,y}}{M_{pl,y}} = 1 - \left(\frac{N_u}{N_{pl}} \right)^2 \frac{1}{2 \left(\frac{h - t_f}{h - 2 t_f} \right) \left(1 - \frac{A_w}{A} \right) \frac{A_w}{A} + \left(\frac{A_w}{A} \right)^2} \quad (23)$$

1.2.2. - Si l'axe neutre plastique passe par les semelles (c'est-à-dire si $\frac{A_w}{A} \leq \frac{N_u}{N_{pl}} \leq 1$)

$$N_u = 2 f_y \int_0^{\frac{h}{2} - t_f} t_w \cdot dz + 2 f_y \int_{\frac{h}{2} - t_f}^{z_0} b \cdot dz = 2 t_w \cdot f_y \cdot z \Big|_0^{\frac{h}{2} - t_f} + 2 b \cdot f_y \cdot z \Big|_{\frac{h}{2} - t_f}^{z_0} \quad (24)$$

$$N_u = t_w \cdot f_y (h - 2 t_f) + 2 b \cdot f_y \left[z_0 - \left(\frac{h}{2} - t_f \right) \right] \quad (25)$$

$$M_{u,y} = 2 f_y \int_{z_0}^{h/2} b \cdot z \cdot dz = 2 b \cdot f_y \cdot \frac{z^2}{2} \Big|_{z_0}^{h/2} = b \cdot f_y \left(\frac{h^2}{4} - z_0^2 \right) \quad (26)$$

De (25) on tire :

$$z_0 = \frac{N_u - t_w \cdot f_y (h - 2 t_f)}{2 b \cdot f_y} + \left(\frac{h}{2} - t_f \right) \quad (27)$$

En remplaçant z_0 par sa valeur dans (26), il vient :

$$M_{u,y} = b \cdot f_y \left\{ \frac{h^2}{4} - \left[\frac{N_u - t_w \cdot f_y (h - 2 t_f)}{2 \cdot b \cdot f_y} + \left(\frac{h}{2} - t_f \right) \right]^2 \right\}$$

$$M_{u,y} = b \cdot f_y \left\{ \frac{h}{2} + \left[\frac{N_u - t_w \cdot f_y (h - 2 t_f)}{2 \cdot b \cdot f_y} + \left(\frac{h}{2} - t_f \right) \right] \right\} \left\{ \frac{h}{2} - \left[\frac{N_u - t_w \cdot f_y (h - 2 t_f)}{2 \cdot b \cdot f_y} + \left(\frac{h}{2} - t_f \right) \right] \right\}$$

$$M_{u,y} = b \cdot f_y \left\{ (h - t_f) + \frac{N_u - t_w \cdot f_y (h - 2 t_f)}{2 \cdot b \cdot f_y} \right\} \left\{ t_f - \frac{N_u - t_w \cdot f_y (h - 2 t_f)}{2 \cdot b \cdot f_y} \right\}$$

$$M_{u,y} = b \cdot f_y (h - t_f) t_f + \frac{N_u - t_w \cdot f_y (h - 2 t_f)}{2} \left\{ (2 t_f - h) - \frac{N_u - t_w \cdot f_y (h - 2 t_f)}{2 \cdot b \cdot f_y} \right\}$$

qui s'écrit finalement comme dans la référence [1] :

$$M_{u,y} = b \cdot t_f (h - t_f) f_y - \frac{1}{2} [N_u - t_w \cdot f_y (h - 2 t_f)] \left[(h - 2 t_f) + \frac{N_u - (h - 2 t_f) t_w f_y}{2 \cdot b \cdot f_y} \right] \quad (28)$$

qui peut encore se mettre sous une forme un peu plus condensée :

$$M_{u,y} = b \cdot t_f (h - t_f) f_y + \frac{1}{2} (N_u - A_w \cdot f_y) \left[(h - 2 t_f) + \frac{N_u - A_w \cdot f_y}{2 \cdot b \cdot f_y} \right]$$

Selon l'équation (26), $\frac{N_u - A_w \cdot f_y}{2 \cdot b \cdot f_y} = z_0 - \left(\frac{h}{2} - t_f \right)$. En conséquence, si $z_0 = \frac{h}{2} - t_f$,

$$\frac{N_u - A_w \cdot f_y}{2 \cdot b \cdot f_y} = 0 \text{ et si } z_0 = \frac{h}{2}, \frac{N_u - A_w \cdot f_y}{2 \cdot b \cdot f_y} = t_f.$$

Donc, lorsque l'axe neutre plastique est situé dans une semelle, $\frac{N_u - A_w \cdot f_y}{2 \cdot b \cdot f_y}$ est compris entre 0 et t_f .

En d'autres termes, l'équation suivante place toujours en sécurité :

$$M_{u,y} = b \cdot t_f (h - t_f) f_y - \frac{1}{2} (N_u - A_w \cdot f_y) (h - t_f)$$

$$\begin{aligned}
M_{u,y} &= (h - t_f) \left(b \cdot t_f \cdot f_y - \frac{1}{2} (N_u - A_w \cdot f_y) \right) \\
M_{u,y} &= (h - t_f) \left(\left(\frac{A - A_w}{2} \right) f_y - \frac{1}{2} (N_u - A_w \cdot f_y) \right) \\
M_{u,y} &= \frac{1}{2} (h - t_f) \left[(A - A_w) f_y - (N_u - A_w \cdot f_y) \right]
\end{aligned} \tag{29}$$

De l'équation (12), on déduit :

$$\frac{A - A_w}{2} (h - t_f) f_y = M_{pl,y} - \frac{1}{4} (h - 2 \cdot t_f) A_w \cdot f_y$$

En remplaçant dans (28), il vient :

$$\begin{aligned}
M_{u,y} &= M_{pl,y} - \frac{1}{4} (h - 2 \cdot t_f) A_w \cdot f_y - \frac{1}{2} (h - t_f) (N_u - A_w \cdot f_y) \\
M_{u,y} &= M_{pl,y} - \frac{1}{4} (h - 2 \cdot t_f) A_w \cdot f_y + \frac{1}{4} (2 \cdot h - 2 \cdot t_f) A_w \cdot f_y - \frac{1}{2} (h - t_f) N_u \\
M_{u,y} &= M_{pl,y} + \frac{1}{4} h \cdot A_w \cdot f_y - \frac{1}{2} (h - t_f) N_u
\end{aligned} \tag{30}$$

De nouveau, selon l'expression (12), nous avons :

$$M_{pl,y} = \left[\frac{A - A_w}{2} (h - t_f) + \frac{1}{4} (h - 2 \cdot t_f) A_w \right] f_y \tag{12}$$

En l'introduisant dans (30), il vient :

$$\begin{aligned}
\frac{M_{u,y}}{M_{pl,y}} \left[\frac{A - A_w}{2} (h - t_f) + \frac{1}{4} (h - 2 \cdot t_f) A_w \right] f_y &= \\
&= \left[\frac{A - A_w}{2} (h - t_f) + \frac{1}{4} (h - 2 \cdot t_f) A_w \right] f_y + \frac{1}{4} h \cdot A_w \cdot f_y - \frac{1}{2} (h - t_f) N_u \\
\frac{M_{u,y}}{2 \cdot M_{pl,y}} \left[(A - A_w) (h - t_f) + \frac{1}{2} (h - 2 \cdot t_f) A_w \right] &= \\
&= \frac{A - A_w}{2} (h - t_f) + \frac{1}{4} (h - 2 \cdot t_f) A_w + \frac{1}{4} h \cdot A_w - \frac{1}{2} (h - t_f) \frac{N_u}{N_{pl}} A
\end{aligned}$$

$$\frac{M_{u,y}}{M_{pl,y}} \left[(A - A_w) (h - t_f) + \frac{1}{2} (h - 2 \cdot t_f) A_w \right] = (A - A_w) (h - t_f) + h \cdot A_w - t_f A_w - (h - t_f) \frac{N_u}{N_{pl}} A$$

$$\frac{M_{u,y}}{M_{pl,y}} \left[(A - A_w)(h - t_f) + \frac{1}{2}(h - t_f)A_w - \frac{t_f}{2}A_w \right] = (h - t_f) \left[A - A_w + A_w - \frac{N_u}{N_{pl}}A \right]$$

$$\frac{M_{u,y}}{M_{pl,y}} \left[(A - A_w)(h - t_f) + \frac{1}{2}(h - t_f)A_w - \frac{t_f}{2} \frac{h - t_f}{h - t_f} A_w \right] = A(h - t_f) \left[1 - \frac{N_u}{N_{pl}} \right]$$

$$\frac{M_{u,y}}{M_{pl,y}} \left[(A - A_w) + \frac{A_w}{2} - \frac{t_f}{2} \frac{A_w}{h - t_f} \right] = A \left[1 - \frac{N_u}{N_{pl}} \right]$$

$$\frac{M_{u,y}}{M_{pl,y}} \left[A - \frac{A_w}{2} - \frac{t_f}{2} \frac{A_w}{h - t_f} \right] = A \left[1 - \frac{N_u}{N_{pl}} \right]$$

$$\frac{M_{u,y}}{M_{pl,y}} \left[1 - \frac{A_w}{2A} - \frac{t_f}{2A} \frac{A_w}{h - t_f} \right] = \left(1 - \frac{N_u}{N_{pl}} \right)$$

$$\frac{M_{u,y}}{M_{pl,y}} \left[1 - \frac{A_w}{2A} \left(1 + \frac{t_f}{h - t_f} \right) \right] = \left(1 - \frac{N_u}{N_{pl}} \right)$$

$$\frac{M_{u,y}}{M_{pl,y}} \left[1 - \frac{A_w}{2A} \left(\frac{h}{h - t_f} \right) \right] = \left(1 - \frac{N_u}{N_{pl}} \right)$$

Cette équation peut donc être mise sous la forme :

$$\frac{M_{u,y}}{M_{pl,y}} = \frac{1 - \frac{N_u}{N_{pl}}}{1 - \frac{A_w}{2A} \left(\frac{h}{h - t_f} \right)} \quad (31)$$

En admettant que $\frac{t_f}{h - 2t_f} = 0,05$ ce qui est une valeur moyenne pour les sections en I, les équations (23) et (31) deviennent :

$$\frac{M_{u,y}}{M_{pl,y}} = 1 - \left(\frac{N_u}{N_{pl}} \right)^2 \frac{1}{\frac{A}{A_w} \left(2,1 - 1,1 \frac{A}{A_w} \right)} \quad \text{pour } 0 \leq \frac{N_u}{N_{pl}} \leq \frac{A_w}{A}$$

et

$$\frac{M_{u,y}}{M_{pl,y}} = \frac{1 - \frac{N_u}{N_{pl}}}{1 - 0,52 \frac{A_w}{A}}$$

$$\text{pour } \frac{A_w}{A} \leq \frac{N_u}{N_{pl}} \leq 1$$

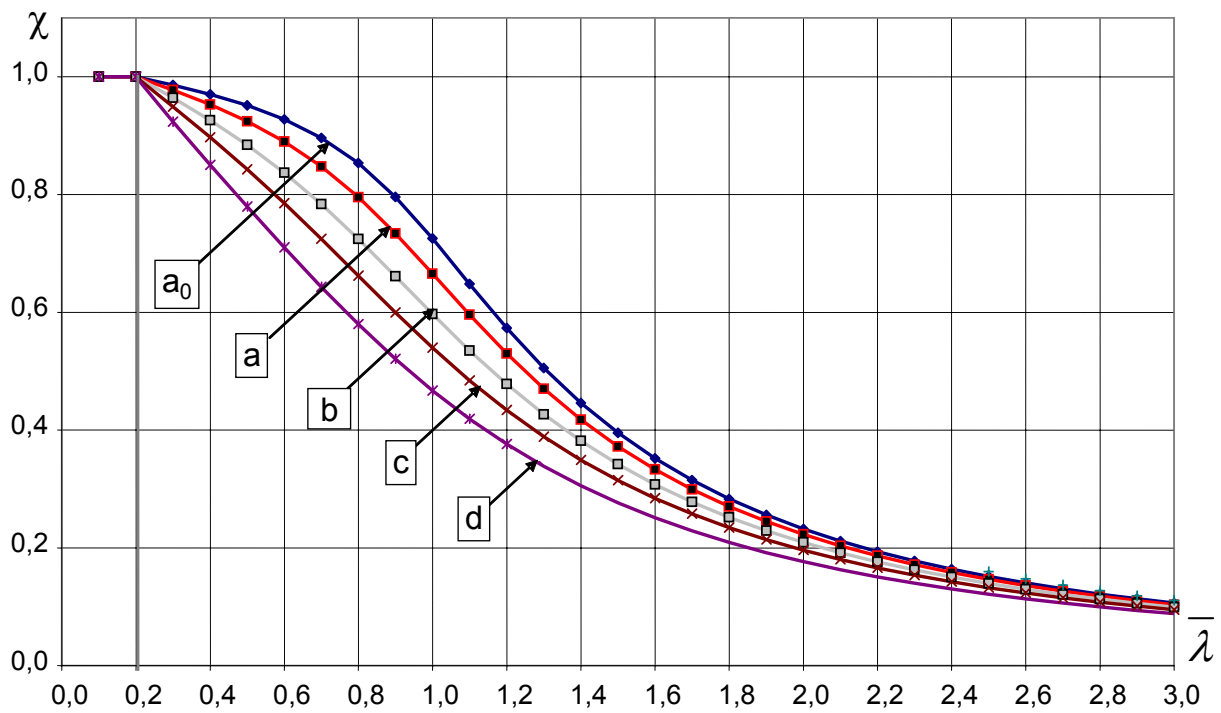
c'est-à-dire que les courbes théoriques ne dépendent plus que du rapport A/A_w .

Ceci est à la base des de la formule simplifiée utilisée dans l'Eurocode.

Si N_u/N_{pl} est inférieur à $0,5 A/A_w$, l'influence de l'effort normal peut être négligée.

Bibliographie

- [1] **LESCOUARC'H Y.** - *Capacité de résistance d'une section soumise à divers types de sollicitations.* Construction Métallique, n°2, 1977.

ANNEXE 2**VALEURS TABULÉES DES CINQ
COURBES DE FLAMBEMENT***Courbes de flambement*

Valeurs du coefficient de flambement χ de la courbe a₀

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1$$

$$\text{où : } \phi = 0,5 \left[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] \text{ et : } \alpha = 0,13$$

| $\bar{\lambda}$ | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,1 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |
| 0,2 | 1,0000 | 0,9986 | 0,9973 | 0,9959 | 0,9945 | 0,9931 | 0,9917 | 0,9903 | 0,9889 | 0,9874 |
| 0,3 | 0,9859 | 0,9845 | 0,9829 | 0,9814 | 0,9799 | 0,9783 | 0,9767 | 0,9751 | 0,9735 | 0,9718 |
| 0,4 | 0,9701 | 0,9684 | 0,9667 | 0,9649 | 0,9631 | 0,9612 | 0,9593 | 0,9574 | 0,9554 | 0,9534 |
| 0,5 | 0,9513 | 0,9492 | 0,9470 | 0,9448 | 0,9425 | 0,9402 | 0,9378 | 0,9354 | 0,9328 | 0,9302 |
| 0,6 | 0,9276 | 0,9248 | 0,9220 | 0,9191 | 0,9161 | 0,9130 | 0,9099 | 0,9066 | 0,9032 | 0,8997 |
| 0,7 | 0,8961 | 0,8924 | 0,8886 | 0,8847 | 0,8806 | 0,8764 | 0,8721 | 0,8676 | 0,8630 | 0,8582 |
| 0,8 | 0,8533 | 0,8483 | 0,8431 | 0,8377 | 0,8322 | 0,8266 | 0,8208 | 0,8148 | 0,8087 | 0,8025 |
| 0,9 | 0,7961 | 0,7895 | 0,7828 | 0,7760 | 0,7691 | 0,7620 | 0,7549 | 0,7476 | 0,7403 | 0,7329 |
| 1,0 | 0,7253 | 0,7178 | 0,7101 | 0,7025 | 0,6948 | 0,6870 | 0,6793 | 0,6715 | 0,6637 | 0,6560 |
| 1,1 | 0,6482 | 0,6405 | 0,6329 | 0,6252 | 0,6176 | 0,6101 | 0,6026 | 0,5951 | 0,5877 | 0,5804 |
| 1,2 | 0,5732 | 0,5660 | 0,5590 | 0,5520 | 0,5450 | 0,5382 | 0,5314 | 0,5248 | 0,5182 | 0,5117 |
| 1,3 | 0,5053 | 0,4990 | 0,4927 | 0,4866 | 0,4806 | 0,4746 | 0,4687 | 0,4629 | 0,4572 | 0,4516 |
| 1,4 | 0,4461 | 0,4407 | 0,4353 | 0,4300 | 0,4248 | 0,4197 | 0,4147 | 0,4097 | 0,4049 | 0,4001 |
| 1,5 | 0,3953 | 0,3907 | 0,3861 | 0,3816 | 0,3772 | 0,3728 | 0,3685 | 0,3643 | 0,3601 | 0,3560 |
| 1,6 | 0,3520 | 0,3480 | 0,3441 | 0,3403 | 0,3365 | 0,3328 | 0,3291 | 0,3255 | 0,3219 | 0,3184 |
| 1,7 | 0,3150 | 0,3116 | 0,3083 | 0,3050 | 0,3017 | 0,2985 | 0,2954 | 0,2923 | 0,2892 | 0,2862 |
| 1,8 | 0,2833 | 0,2804 | 0,2775 | 0,2746 | 0,2719 | 0,2691 | 0,2664 | 0,2637 | 0,2611 | 0,2585 |
| 1,9 | 0,2559 | 0,2534 | 0,2509 | 0,2485 | 0,2461 | 0,2437 | 0,2414 | 0,2390 | 0,2368 | 0,2345 |
| 2,0 | 0,2323 | 0,2301 | 0,2280 | 0,2258 | 0,2237 | 0,2217 | 0,2196 | 0,2176 | 0,2156 | 0,2136 |
| 2,1 | 0,2117 | 0,2098 | 0,2079 | 0,2061 | 0,2042 | 0,2024 | 0,2006 | 0,1989 | 0,1971 | 0,1954 |
| 2,2 | 0,1937 | 0,1920 | 0,1904 | 0,1887 | 0,1871 | 0,1855 | 0,1840 | 0,1824 | 0,1809 | 0,1794 |
| 2,3 | 0,1779 | 0,1764 | 0,1749 | 0,1735 | 0,1721 | 0,1707 | 0,1693 | 0,1679 | 0,1665 | 0,1652 |
| 2,4 | 0,1639 | 0,1626 | 0,1613 | 0,1600 | 0,1587 | 0,1575 | 0,1563 | 0,1550 | 0,1538 | 0,1526 |
| 2,5 | 0,1515 | 0,1503 | 0,1491 | 0,1480 | 0,1469 | 0,1458 | 0,1447 | 0,1436 | 0,1425 | 0,1414 |
| 2,6 | 0,1404 | 0,1394 | 0,1383 | 0,1373 | 0,1363 | 0,1353 | 0,1343 | 0,1333 | 0,1324 | 0,1314 |
| 2,7 | 0,1305 | 0,1296 | 0,1286 | 0,1277 | 0,1268 | 0,1259 | 0,1250 | 0,1242 | 0,1233 | 0,1224 |
| 2,8 | 0,1216 | 0,1207 | 0,1199 | 0,1191 | 0,1183 | 0,1175 | 0,1167 | 0,1159 | 0,1151 | 0,1143 |
| 2,9 | 0,1136 | 0,1128 | 0,1120 | 0,1113 | 0,1106 | 0,1098 | 0,1091 | 0,1084 | 0,1077 | 0,1070 |
| 3,0 | 0,1063 | 0,1056 | 0,1049 | 0,1043 | 0,1036 | 0,1029 | 0,1023 | 0,1016 | 0,1010 | 0,1003 |

Valeurs du coefficient de flambement χ de la courbe a

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1$$

$$\text{où : } \phi = 0,5 \left[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] \text{ et : } \alpha = 0,21$$

| $\bar{\lambda}$ | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,1 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |
| 0,2 | 1,0000 | 0,9978 | 0,9956 | 0,9934 | 0,9912 | 0,9889 | 0,9867 | 0,9844 | 0,9821 | 0,9798 |
| 0,3 | 0,9775 | 0,9751 | 0,9728 | 0,9704 | 0,9680 | 0,9655 | 0,9630 | 0,9605 | 0,9580 | 0,9554 |
| 0,4 | 0,9528 | 0,9501 | 0,9474 | 0,9447 | 0,9419 | 0,9391 | 0,9363 | 0,9333 | 0,9304 | 0,9273 |
| 0,5 | 0,9243 | 0,9211 | 0,9179 | 0,9147 | 0,9114 | 0,9080 | 0,9045 | 0,9010 | 0,8974 | 0,8937 |
| 0,6 | 0,8900 | 0,8862 | 0,8823 | 0,8783 | 0,8742 | 0,8700 | 0,8657 | 0,8614 | 0,8569 | 0,8524 |
| 0,7 | 0,8477 | 0,8430 | 0,8382 | 0,8332 | 0,8282 | 0,8230 | 0,8178 | 0,8124 | 0,8069 | 0,8014 |
| 0,8 | 0,7957 | 0,7899 | 0,7841 | 0,7781 | 0,7721 | 0,7659 | 0,7597 | 0,7534 | 0,7470 | 0,7405 |
| 0,9 | 0,7339 | 0,7273 | 0,7206 | 0,7139 | 0,7071 | 0,7003 | 0,6934 | 0,6865 | 0,6796 | 0,6726 |
| 1,0 | 0,6656 | 0,6586 | 0,6516 | 0,6446 | 0,6376 | 0,6306 | 0,6236 | 0,6167 | 0,6098 | 0,6029 |
| 1,1 | 0,5960 | 0,5892 | 0,5824 | 0,5757 | 0,5690 | 0,5623 | 0,5557 | 0,5492 | 0,5427 | 0,5363 |
| 1,2 | 0,5300 | 0,5237 | 0,5175 | 0,5114 | 0,5053 | 0,4993 | 0,4934 | 0,4875 | 0,4817 | 0,4760 |
| 1,3 | 0,4703 | 0,4648 | 0,4593 | 0,4538 | 0,4485 | 0,4432 | 0,4380 | 0,4329 | 0,4278 | 0,4228 |
| 1,4 | 0,4179 | 0,4130 | 0,4083 | 0,4036 | 0,3989 | 0,3943 | 0,3898 | 0,3854 | 0,3810 | 0,3767 |
| 1,5 | 0,3724 | 0,3682 | 0,3641 | 0,3601 | 0,3561 | 0,3521 | 0,3482 | 0,3444 | 0,3406 | 0,3369 |
| 1,6 | 0,3332 | 0,3296 | 0,3261 | 0,3226 | 0,3191 | 0,3157 | 0,3124 | 0,3091 | 0,3058 | 0,3026 |
| 1,7 | 0,2994 | 0,2963 | 0,2933 | 0,2902 | 0,2872 | 0,2843 | 0,2814 | 0,2786 | 0,2757 | 0,2730 |
| 1,8 | 0,2702 | 0,2675 | 0,2649 | 0,2623 | 0,2597 | 0,2571 | 0,2546 | 0,2522 | 0,2497 | 0,2473 |
| 1,9 | 0,2449 | 0,2426 | 0,2403 | 0,2380 | 0,2358 | 0,2335 | 0,2314 | 0,2292 | 0,2271 | 0,2250 |
| 2,0 | 0,2229 | 0,2209 | 0,2188 | 0,2168 | 0,2149 | 0,2129 | 0,2110 | 0,2091 | 0,2073 | 0,2054 |
| 2,1 | 0,2036 | 0,2018 | 0,2001 | 0,1983 | 0,1966 | 0,1949 | 0,1932 | 0,1915 | 0,1899 | 0,1883 |
| 2,2 | 0,1867 | 0,1851 | 0,1836 | 0,1820 | 0,1805 | 0,1790 | 0,1775 | 0,1760 | 0,1746 | 0,1732 |
| 2,3 | 0,1717 | 0,1704 | 0,1690 | 0,1676 | 0,1663 | 0,1649 | 0,1636 | 0,1623 | 0,1610 | 0,1598 |
| 2,4 | 0,1585 | 0,1573 | 0,1560 | 0,1548 | 0,1536 | 0,1524 | 0,1513 | 0,1501 | 0,1490 | 0,1478 |
| 2,5 | 0,1467 | 0,1456 | 0,1445 | 0,1434 | 0,1424 | 0,1413 | 0,1403 | 0,1392 | 0,1382 | 0,1372 |
| 2,6 | 0,1362 | 0,1352 | 0,1342 | 0,1332 | 0,1323 | 0,1313 | 0,1304 | 0,1295 | 0,1285 | 0,1276 |
| 2,7 | 0,1267 | 0,1258 | 0,1250 | 0,1241 | 0,1232 | 0,1224 | 0,1215 | 0,1207 | 0,1198 | 0,1190 |
| 2,8 | 0,1182 | 0,1174 | 0,1166 | 0,1158 | 0,1150 | 0,1143 | 0,1135 | 0,1128 | 0,1120 | 0,1113 |
| 2,9 | 0,1105 | 0,1098 | 0,1091 | 0,1084 | 0,1077 | 0,1070 | 0,1063 | 0,1056 | 0,1049 | 0,1042 |
| 3,0 | 0,1036 | 0,1029 | 0,1022 | 0,1016 | 0,1010 | 0,1003 | 0,0997 | 0,0991 | 0,0985 | 0,0978 |

Valeurs du coefficient de flambement χ de la courbe b

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1$$

$$\text{où : } \phi = 0,5 \left[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] \text{ et : } \alpha = 0,34$$

| $\bar{\lambda}$ | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,1 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |
| 0,2 | 1,0000 | 0,9965 | 0,9929 | 0,9894 | 0,9858 | 0,9822 | 0,9786 | 0,9750 | 0,9714 | 0,9678 |
| 0,3 | 0,9641 | 0,9604 | 0,9567 | 0,9530 | 0,9492 | 0,9455 | 0,9417 | 0,9378 | 0,9339 | 0,9300 |
| 0,4 | 0,9261 | 0,9221 | 0,9181 | 0,9140 | 0,9099 | 0,9057 | 0,9015 | 0,8973 | 0,8930 | 0,8886 |
| 0,5 | 0,8842 | 0,8798 | 0,8752 | 0,8707 | 0,8661 | 0,8614 | 0,8566 | 0,8518 | 0,8470 | 0,8420 |
| 0,6 | 0,8371 | 0,8320 | 0,8269 | 0,8217 | 0,8165 | 0,8112 | 0,8058 | 0,8004 | 0,7949 | 0,7893 |
| 0,7 | 0,7837 | 0,7780 | 0,7723 | 0,7665 | 0,7606 | 0,7547 | 0,7488 | 0,7428 | 0,7367 | 0,7306 |
| 0,8 | 0,7245 | 0,7183 | 0,7120 | 0,7058 | 0,6995 | 0,6931 | 0,6868 | 0,6804 | 0,6740 | 0,6676 |
| 0,9 | 0,6612 | 0,6547 | 0,6483 | 0,6419 | 0,6354 | 0,6290 | 0,6226 | 0,6162 | 0,6098 | 0,6034 |
| 1,0 | 0,5970 | 0,5907 | 0,5844 | 0,5781 | 0,5719 | 0,5657 | 0,5595 | 0,5534 | 0,5473 | 0,5412 |
| 1,1 | 0,5352 | 0,5293 | 0,5234 | 0,5175 | 0,5117 | 0,5060 | 0,5003 | 0,4947 | 0,4891 | 0,4836 |
| 1,2 | 0,4781 | 0,4727 | 0,4674 | 0,4621 | 0,4569 | 0,4517 | 0,4466 | 0,4416 | 0,4366 | 0,4317 |
| 1,3 | 0,4269 | 0,4221 | 0,4174 | 0,4127 | 0,4081 | 0,4035 | 0,3991 | 0,3946 | 0,3903 | 0,3860 |
| 1,4 | 0,3817 | 0,3775 | 0,3734 | 0,3693 | 0,3653 | 0,3613 | 0,3574 | 0,3535 | 0,3497 | 0,3459 |
| 1,5 | 0,3422 | 0,3386 | 0,3350 | 0,3314 | 0,3279 | 0,3245 | 0,3211 | 0,3177 | 0,3144 | 0,3111 |
| 1,6 | 0,3079 | 0,3047 | 0,3016 | 0,2985 | 0,2955 | 0,2925 | 0,2895 | 0,2866 | 0,2837 | 0,2809 |
| 1,7 | 0,2781 | 0,2753 | 0,2726 | 0,2699 | 0,2672 | 0,2646 | 0,2620 | 0,2595 | 0,2570 | 0,2545 |
| 1,8 | 0,2521 | 0,2496 | 0,2473 | 0,2449 | 0,2426 | 0,2403 | 0,2381 | 0,2359 | 0,2337 | 0,2315 |
| 1,9 | 0,2294 | 0,2272 | 0,2252 | 0,2231 | 0,2211 | 0,2191 | 0,2171 | 0,2152 | 0,2132 | 0,2113 |
| 2,0 | 0,2095 | 0,2076 | 0,2058 | 0,2040 | 0,2022 | 0,2004 | 0,1987 | 0,1970 | 0,1953 | 0,1936 |
| 2,1 | 0,1920 | 0,1903 | 0,1887 | 0,1871 | 0,1855 | 0,1840 | 0,1825 | 0,1809 | 0,1794 | 0,1780 |
| 2,2 | 0,1765 | 0,1751 | 0,1736 | 0,1722 | 0,1708 | 0,1694 | 0,1681 | 0,1667 | 0,1654 | 0,1641 |
| 2,3 | 0,1628 | 0,1615 | 0,1602 | 0,1590 | 0,1577 | 0,1565 | 0,1553 | 0,1541 | 0,1529 | 0,1517 |
| 2,4 | 0,1506 | 0,1494 | 0,1483 | 0,1472 | 0,1461 | 0,1450 | 0,1439 | 0,1428 | 0,1418 | 0,1407 |
| 2,5 | 0,1397 | 0,1387 | 0,1376 | 0,1366 | 0,1356 | 0,1347 | 0,1337 | 0,1327 | 0,1318 | 0,1308 |
| 2,6 | 0,1299 | 0,1290 | 0,1281 | 0,1272 | 0,1263 | 0,1254 | 0,1245 | 0,1237 | 0,1228 | 0,1219 |
| 2,7 | 0,1211 | 0,1203 | 0,1195 | 0,1186 | 0,1178 | 0,1170 | 0,1162 | 0,1155 | 0,1147 | 0,1139 |
| 2,8 | 0,1132 | 0,1124 | 0,1117 | 0,1109 | 0,1102 | 0,1095 | 0,1088 | 0,1081 | 0,1074 | 0,1067 |
| 2,9 | 0,1060 | 0,1053 | 0,1046 | 0,1039 | 0,1033 | 0,1026 | 0,1020 | 0,1013 | 0,1007 | 0,1001 |
| 3,0 | 0,0994 | 0,0988 | 0,0982 | 0,0976 | 0,0970 | 0,0964 | 0,0958 | 0,0952 | 0,0946 | 0,0940 |

Valeurs du coefficient de flambement χ de la courbe C

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1$$

$$\text{où : } \phi = 0,5 \left[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] \text{ et : } \alpha = 0,49$$

| $\bar{\lambda}$ | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,1 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |
| 0,2 | 1,0000 | 0,9949 | 0,9898 | 0,9847 | 0,9797 | 0,9746 | 0,9695 | 0,9644 | 0,9593 | 0,9542 |
| 0,3 | 0,9491 | 0,9440 | 0,9389 | 0,9338 | 0,9286 | 0,9235 | 0,9183 | 0,9131 | 0,9078 | 0,9026 |
| 0,4 | 0,8973 | 0,8920 | 0,8867 | 0,8813 | 0,8760 | 0,8705 | 0,8651 | 0,8596 | 0,8541 | 0,8486 |
| 0,5 | 0,8430 | 0,8374 | 0,8317 | 0,8261 | 0,8204 | 0,8146 | 0,8088 | 0,8030 | 0,7972 | 0,7913 |
| 0,6 | 0,7854 | 0,7794 | 0,7735 | 0,7675 | 0,7614 | 0,7554 | 0,7493 | 0,7432 | 0,7370 | 0,7309 |
| 0,7 | 0,7247 | 0,7185 | 0,7123 | 0,7060 | 0,6998 | 0,6935 | 0,6873 | 0,6810 | 0,6747 | 0,6684 |
| 0,8 | 0,6622 | 0,6559 | 0,6496 | 0,6433 | 0,6371 | 0,6308 | 0,6246 | 0,6184 | 0,6122 | 0,6060 |
| 0,9 | 0,5998 | 0,5937 | 0,5876 | 0,5815 | 0,5755 | 0,5695 | 0,5635 | 0,5575 | 0,5516 | 0,5458 |
| 1,0 | 0,5399 | 0,5342 | 0,5284 | 0,5227 | 0,5171 | 0,5115 | 0,5059 | 0,5004 | 0,4950 | 0,4896 |
| 1,1 | 0,4842 | 0,4790 | 0,4737 | 0,4685 | 0,4634 | 0,4583 | 0,4533 | 0,4483 | 0,4434 | 0,4386 |
| 1,2 | 0,4338 | 0,4290 | 0,4243 | 0,4197 | 0,4151 | 0,4106 | 0,4061 | 0,4017 | 0,3974 | 0,3931 |
| 1,3 | 0,3888 | 0,3846 | 0,3805 | 0,3764 | 0,3724 | 0,3684 | 0,3644 | 0,3606 | 0,3567 | 0,3529 |
| 1,4 | 0,3492 | 0,3455 | 0,3419 | 0,3383 | 0,3348 | 0,3313 | 0,3279 | 0,3245 | 0,3211 | 0,3178 |
| 1,5 | 0,3145 | 0,3113 | 0,3081 | 0,3050 | 0,3019 | 0,2989 | 0,2959 | 0,2929 | 0,2900 | 0,2871 |
| 1,6 | 0,2842 | 0,2814 | 0,2786 | 0,2759 | 0,2732 | 0,2705 | 0,2679 | 0,2653 | 0,2627 | 0,2602 |
| 1,7 | 0,2577 | 0,2553 | 0,2528 | 0,2504 | 0,2481 | 0,2457 | 0,2434 | 0,2412 | 0,2389 | 0,2367 |
| 1,8 | 0,2345 | 0,2324 | 0,2302 | 0,2281 | 0,2260 | 0,2240 | 0,2220 | 0,2200 | 0,2180 | 0,2161 |
| 1,9 | 0,2141 | 0,2122 | 0,2104 | 0,2085 | 0,2067 | 0,2049 | 0,2031 | 0,2013 | 0,1996 | 0,1979 |
| 2,0 | 0,1962 | 0,1945 | 0,1929 | 0,1912 | 0,1896 | 0,1880 | 0,1864 | 0,1849 | 0,1833 | 0,1818 |
| 2,1 | 0,1803 | 0,1788 | 0,1774 | 0,1759 | 0,1745 | 0,1731 | 0,1717 | 0,1703 | 0,1689 | 0,1676 |
| 2,2 | 0,1662 | 0,1649 | 0,1636 | 0,1623 | 0,1611 | 0,1598 | 0,1585 | 0,1573 | 0,1561 | 0,1549 |
| 2,3 | 0,1537 | 0,1525 | 0,1514 | 0,1502 | 0,1491 | 0,1480 | 0,1468 | 0,1457 | 0,1446 | 0,1436 |
| 2,4 | 0,1425 | 0,1415 | 0,1404 | 0,1394 | 0,1384 | 0,1374 | 0,1364 | 0,1354 | 0,1344 | 0,1334 |
| 2,5 | 0,1325 | 0,1315 | 0,1306 | 0,1297 | 0,1287 | 0,1278 | 0,1269 | 0,1260 | 0,1252 | 0,1243 |
| 2,6 | 0,1234 | 0,1226 | 0,1217 | 0,1209 | 0,1201 | 0,1193 | 0,1184 | 0,1176 | 0,1168 | 0,1161 |
| 2,7 | 0,1153 | 0,1145 | 0,1137 | 0,1130 | 0,1122 | 0,1115 | 0,1108 | 0,1100 | 0,1093 | 0,1086 |
| 2,8 | 0,1079 | 0,1072 | 0,1065 | 0,1058 | 0,1051 | 0,1045 | 0,1038 | 0,1031 | 0,1025 | 0,1018 |
| 2,9 | 0,1012 | 0,1006 | 0,0999 | 0,0993 | 0,0987 | 0,0981 | 0,0975 | 0,0969 | 0,0963 | 0,0957 |
| 3,0 | 0,0951 | 0,0945 | 0,0939 | 0,0934 | 0,0928 | 0,0922 | 0,0917 | 0,0911 | 0,0906 | 0,0901 |

Valeurs du coefficient de flambement χ de la courbe d

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1$$

$$\text{où : } \phi = 0,5 \left[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] \text{ et : } \alpha = 0,76$$

| $\bar{\lambda}$ | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,1 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |
| 0,2 | 1,0000 | 0,9921 | 0,9843 | 0,9765 | 0,9688 | 0,9611 | 0,9535 | 0,9459 | 0,9384 | 0,9309 |
| 0,3 | 0,9235 | 0,9160 | 0,9086 | 0,9013 | 0,8939 | 0,8866 | 0,8793 | 0,8721 | 0,8648 | 0,8576 |
| 0,4 | 0,8504 | 0,8432 | 0,8360 | 0,8289 | 0,8218 | 0,8146 | 0,8075 | 0,8005 | 0,7934 | 0,7864 |
| 0,5 | 0,7793 | 0,7723 | 0,7653 | 0,7583 | 0,7514 | 0,7444 | 0,7375 | 0,7306 | 0,7237 | 0,7169 |
| 0,6 | 0,7100 | 0,7032 | 0,6964 | 0,6897 | 0,6829 | 0,6762 | 0,6695 | 0,6629 | 0,6563 | 0,6497 |
| 0,7 | 0,6431 | 0,6366 | 0,6301 | 0,6237 | 0,6173 | 0,6109 | 0,6046 | 0,5983 | 0,5921 | 0,5859 |
| 0,8 | 0,5797 | 0,5736 | 0,5675 | 0,5615 | 0,5556 | 0,5496 | 0,5438 | 0,5379 | 0,5322 | 0,5265 |
| 0,9 | 0,5208 | 0,5152 | 0,5096 | 0,5041 | 0,4987 | 0,4933 | 0,4879 | 0,4826 | 0,4774 | 0,4722 |
| 1,0 | 0,4671 | 0,4620 | 0,4570 | 0,4521 | 0,4472 | 0,4423 | 0,4375 | 0,4328 | 0,4281 | 0,4235 |
| 1,1 | 0,4189 | 0,4144 | 0,4099 | 0,4055 | 0,4012 | 0,3969 | 0,3926 | 0,3884 | 0,3843 | 0,3802 |
| 1,2 | 0,3762 | 0,3722 | 0,3683 | 0,3644 | 0,3605 | 0,3568 | 0,3530 | 0,3493 | 0,3457 | 0,3421 |
| 1,3 | 0,3385 | 0,3350 | 0,3316 | 0,3282 | 0,3248 | 0,3215 | 0,3182 | 0,3150 | 0,3118 | 0,3086 |
| 1,4 | 0,3055 | 0,3024 | 0,2994 | 0,2964 | 0,2935 | 0,2906 | 0,2877 | 0,2849 | 0,2821 | 0,2793 |
| 1,5 | 0,2766 | 0,2739 | 0,2712 | 0,2686 | 0,2660 | 0,2635 | 0,2609 | 0,2585 | 0,2560 | 0,2536 |
| 1,6 | 0,2512 | 0,2488 | 0,2465 | 0,2442 | 0,2419 | 0,2397 | 0,2375 | 0,2353 | 0,2331 | 0,2310 |
| 1,7 | 0,2289 | 0,2268 | 0,2248 | 0,2228 | 0,2208 | 0,2188 | 0,2168 | 0,2149 | 0,2130 | 0,2112 |
| 1,8 | 0,2093 | 0,2075 | 0,2057 | 0,2039 | 0,2021 | 0,2004 | 0,1987 | 0,1970 | 0,1953 | 0,1936 |
| 1,9 | 0,1920 | 0,1904 | 0,1888 | 0,1872 | 0,1856 | 0,1841 | 0,1826 | 0,1810 | 0,1796 | 0,1781 |
| 2,0 | 0,1766 | 0,1752 | 0,1738 | 0,1724 | 0,1710 | 0,1696 | 0,1683 | 0,1669 | 0,1656 | 0,1643 |
| 2,1 | 0,1630 | 0,1617 | 0,1604 | 0,1592 | 0,1580 | 0,1567 | 0,1555 | 0,1543 | 0,1532 | 0,1520 |
| 2,2 | 0,1508 | 0,1497 | 0,1486 | 0,1474 | 0,1463 | 0,1452 | 0,1442 | 0,1431 | 0,1420 | 0,1410 |
| 2,3 | 0,1399 | 0,1389 | 0,1379 | 0,1369 | 0,1359 | 0,1349 | 0,1340 | 0,1330 | 0,1320 | 0,1311 |
| 2,4 | 0,1302 | 0,1292 | 0,1283 | 0,1274 | 0,1265 | 0,1257 | 0,1248 | 0,1239 | 0,1231 | 0,1222 |
| 2,5 | 0,1214 | 0,1205 | 0,1197 | 0,1189 | 0,1181 | 0,1173 | 0,1165 | 0,1157 | 0,1149 | 0,1142 |
| 2,6 | 0,1134 | 0,1127 | 0,1119 | 0,1112 | 0,1104 | 0,1097 | 0,1090 | 0,1083 | 0,1076 | 0,1069 |
| 2,7 | 0,1062 | 0,1055 | 0,1048 | 0,1042 | 0,1035 | 0,1029 | 0,1022 | 0,1016 | 0,1009 | 0,1003 |
| 2,8 | 0,0997 | 0,0990 | 0,0984 | 0,0978 | 0,0972 | 0,0966 | 0,0960 | 0,0954 | 0,0948 | 0,0943 |
| 2,9 | 0,0937 | 0,0931 | 0,0926 | 0,0920 | 0,0914 | 0,0909 | 0,0904 | 0,0898 | 0,0893 | 0,0888 |
| 3,0 | 0,0882 | 0,0877 | 0,0872 | 0,0867 | 0,0862 | 0,0857 | 0,0852 | 0,0847 | 0,0842 | 0,0837 |



DÉPARTEMENT GENIE CIVIL
UNIVERSITE BLAISE PASCAL - CLERMONT-FERRAND 2

CONSTRUCTION MÉTALLIQUE

Résistance des Sections et des Barres

Annexes

- 1. ENV 1993-1-1 Annexe E : Flambement**
- 2. Cours SSEDTA n°12 - Déversement**
- 3. ENV 1993-1-1 Annexe F : Déversement**

ANNEXE E (Informative)

Longueur de flambement d'un élément comprimé

E.1 Bases

- (1) La longueur de flambement l d'un élément comprimé est la longueur d'un élément bi-articulé (extrémités maintenues vis-à-vis du mouvement latéral, mais libres de tourner), par ailleurs similaire, ayant la même résistance au flambement.
- (2) A défaut d'informations plus précises, on peut adopter, en se plaçant en sécurité, la longueur théorique de flambement élastique.
- (3) Une longueur de flambement équivalente peut être utilisée pour ramener le calcul de la résistance au flambement d'un élément soumis à une compression non uniforme à celui d'un élément, par ailleurs similaire, soumis à une compression uniforme.
- (4) Une longueur de flambement équivalente peut également être utilisée pour ramener le calcul de la résistance au flambement d'un élément de section transversale variable à celui d'un élément de section constante, sous conditions similaires de chargement et d'encastrement.

E.2 Poteaux d'ossatures de bâtiment

- (1) La longueur de flambement l d'un poteau dans un mode d'instabilité à noeuds fixes peut être obtenue à partir de la figure E.2.1.
- (2) La longueur de flambement l d'un poteau dans un mode d'instabilité à noeuds déplaçables peut être obtenue à partir de la figure E.2.2.
- (3) En ce qui concerne les modèles théoriques présentés à la figure E.2.3, les facteurs de distribution de rigidité η_1 et η_2 sont obtenus par les formules:

$$\eta_1 = K_C / (K_C + K_{11} + K_{12}) \quad (\text{E.1})$$

$$\eta_2 = K_C / (K_C + K_{21} + K_{22}) \quad (\text{E.2})$$

où K_C = rigidité I/L du poteau

et K_{ij} = rigidités effectives des poutres

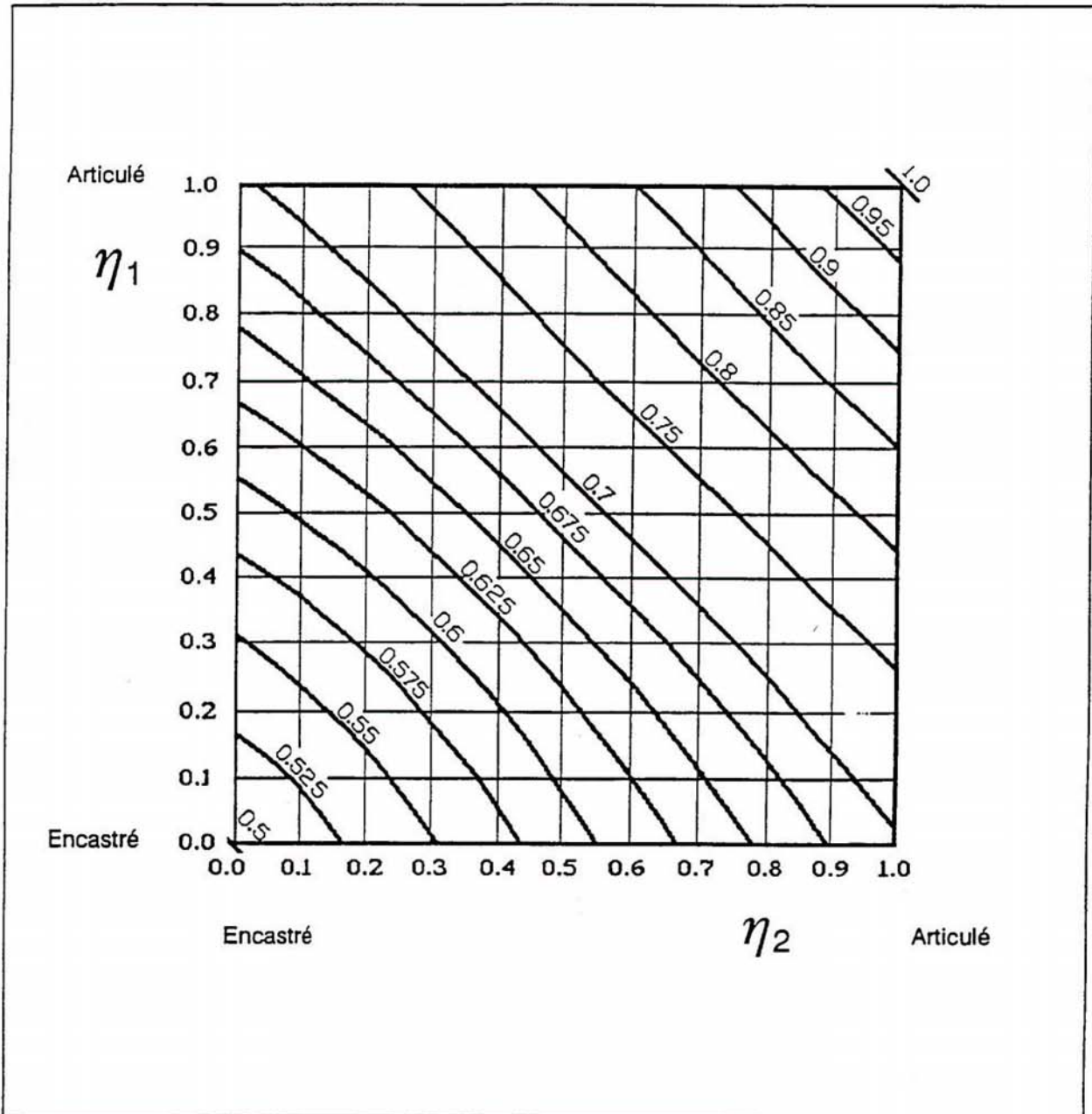


Figure E.2.1 Rapport l/L de longueur de flambement d'un poteau dans un mode à noeuds fixes

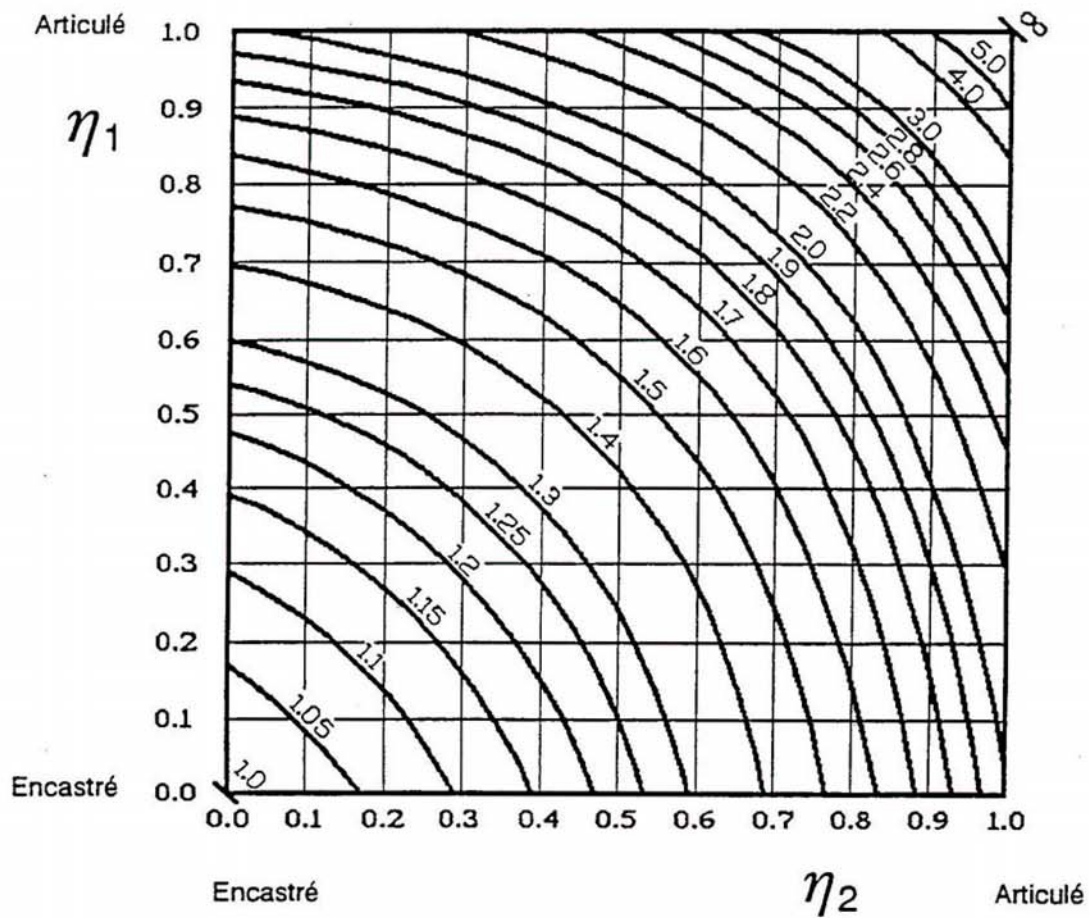
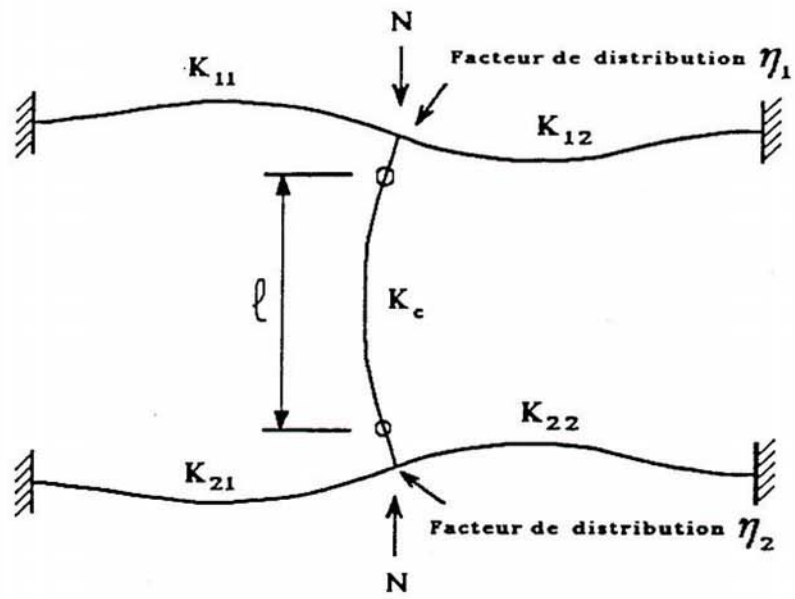
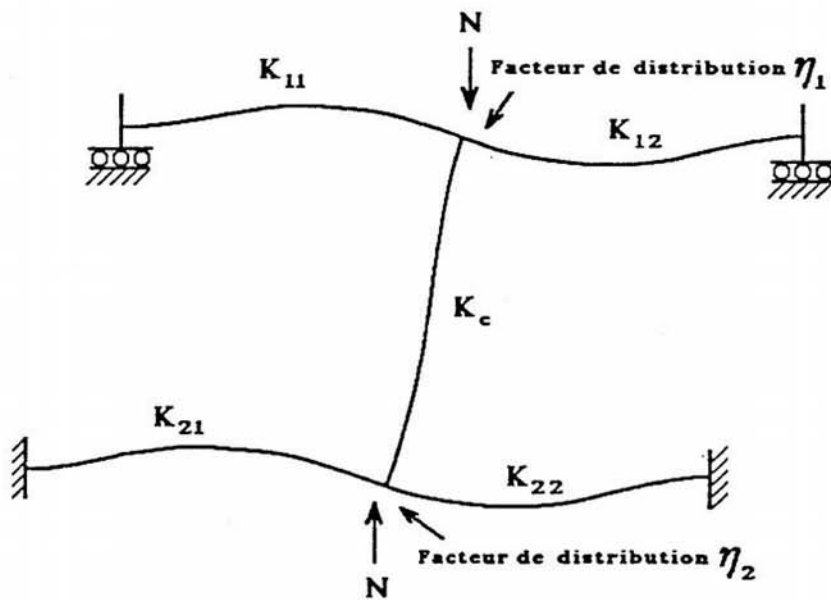


Figure E.2.2 Rapport l/L de longueur de flambement d'un poteau dans un mode à noeuds déplaçables



(a) Mode de flambement à noeuds fixes



(b) Mode de flambement à noeuds déplaçables

Figure E.2.3 Facteurs de distribution pour les poteaux

- (4) Ces modèles peuvent être adaptés au calcul des poteaux continus, en supposant que chaque tronçon de poteau est chargé à la même valeur du rapport (N/N_{cr}) . Dans le cas général où (N/N_{cr}) varie, ceci conduit à une valeur de l/L qui place en sécurité pour le tronçon de poteau le plus critique.
- (5) L'hypothèse faite en (4) peut être introduite pour chaque tronçon d'un poteau continu, en utilisant le modèle de la figure E.2.4 et en obtenant les facteurs de distribution η_1 et η_2 par les formules:

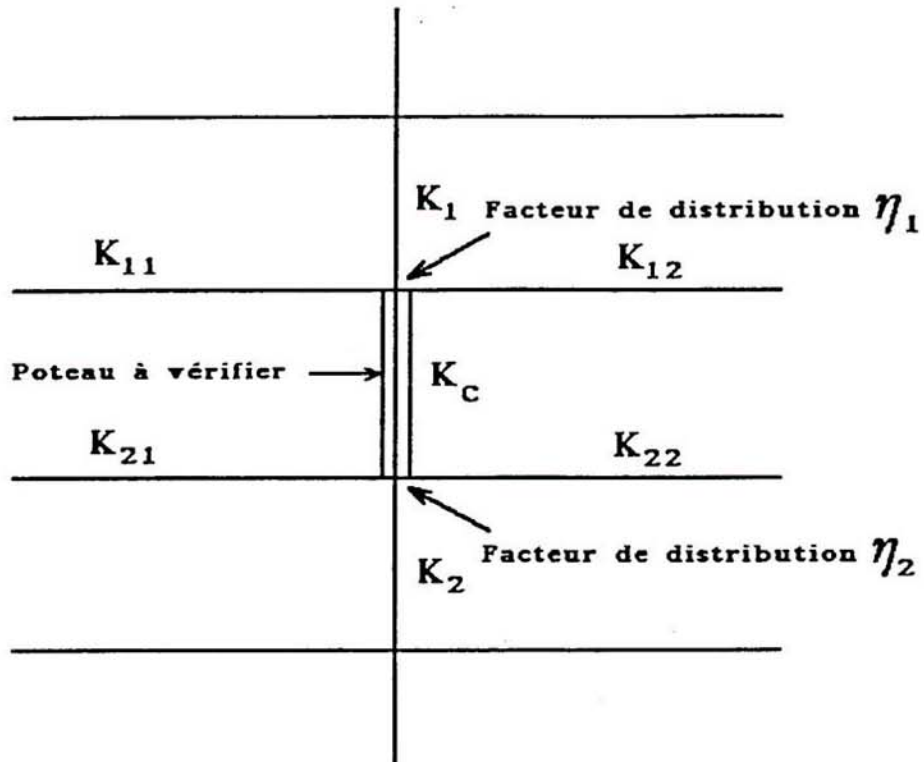
$$\eta_1 = \frac{K_C + K_1}{K_C + K_1 + K_{11} + K_{12}} \quad (E.3)$$

$$\eta_2 = \frac{K_C + K_2}{K_C + K_2 + K_{21} + K_{22}} \quad (E.4)$$

où K_1 , K_2 sont les rigidités des tronçons de poteau adjacents.

- (6) Lorsque les poutres ne sont pas soumises à des efforts axiaux, leur rigidité effective peut être déterminée en se référant au tableau E.1, à condition que les poutres restent élastiques sous les moments de calcul.

| Tableau E.1 Rigidité effective d'une poutre | |
|--|---|
| Condition de maintien en rotation à l'extrémité opposée de la poutre | Rigidité effective K de la poutre (à condition que la poutre reste élastique) |
| Encastrée | 1,0 I/L |
| Articulée | 0,75 I/L |
| Rotation égale à celle de l'extrémité adjacente (double courbure) | 1,5 I/L |
| Rotation égale et opposée à celle de l'extrémité adjacente (simple courbure) | 0,5 I/L |
| Cas général: Rotation θ_a à l'extrémité adjacente et θ_b à l'extrémité opposée | $(1 + 0,5 \theta_b/\theta_a) I/L$ |



$$\eta_1 = \frac{K_C + K_1}{K_C + K_1 + K_{11} + K_{12}}$$

$$\eta_2 = \frac{K_C + K_2}{K_C + K_2 + K_{21} + K_{22}}$$

Figure E.2.4 Facteurs de distribution pour poteaux continus

- (7) *Pour les ossatures de bâtiment à cadres rectangulaires avec plancher en béton, à condition que la topologie de l'ossature soit régulière et le chargement uniforme, il est normalement suffisamment précis d'adopter pour les poutres les rigidités effectives du tableau E.2.*

| Tableau E.2 Rigidité effective K d'une poutre dans une ossature de bâtiment avec planchers en béton | | |
|--|-----------------------------------|---|
| Conditions de charge pour la poutre | Mode d'instabilité à noeuds fixes | Mode d'instabilité à noeuds déplaçables |
| Poutres supportant directement les dalles de plancher en béton | 1,0 I/L | 1,0 I/L |
| Autres poutres sous charges directes | 0,75 I/L | 1,0 I/L |
| Poutres soumises uniquement à des moments aux extrémités | 0,5 I/L | 1,5 I/L |

- (8) *Lorsque pour le même cas de charge, le moment de calcul d'une poutre quelconque dépasse le moment de résistance élastique $W_{el} f_y / \gamma_{M0}$, on doit supposer la poutre articulée au(x) point(s) concerné(s).*
- (9) *Lorsqu'une poutre possède des assemblages nominalelement articulés, elle doit être considérée comme articulée au(x) point(s) concerné(s).*
- (10) *Lorsqu'une poutre possède des assemblages semi-rigides, sa rigidité effective doit être réduite en conséquence.*
- (11) *Lorsque les poutres sont soumises à des efforts axiaux, leur rigidité effective doit être ajustée en conséquence. On peut, pour cela, utiliser les fonctions de stabilité. Une alternative simple consiste à négliger le gain de rigidité dû à la traction axiale, et à prendre en compte les effets de la compression axiale à l'aide des approximations sécuritaires données au tableau E.3.*

| Tableau E.3 Formules approximatives pour rigidité réduite due à la compression axiale | |
|---|--|
| Condition de maintien en rotation à l'extrémité opposée de la poutre | Rigidité effective K de la poutre (à condition que celle-ci reste élastique) |
| Encastrée | 1,0 I/L (1 - 0,4 N/N _E) |
| Articulée | 0,75 I/L (1 - 1,0 N/N _E) |
| Rotation égale à celle de l'extrémité adjacente (double courbure) | 1,5 I/L (1 - 0,2 N/N _E) |
| Rotation égale et opposée à celle de l'extrémité adjacente (simple courbure) | 0,5 I/L (1 - 0 N/N _E) |
| Dans ce tableau $N_E = \pi^2 EI/L^2$ | |

(12) Les expressions empiriques suivantes sont des approximations sécuritaires qui peuvent être utilisées comme une alternative aux valeurs tirées des figures E.2.1 et E.2.2:

(a) mode d'instabilité à noeuds fixes (figure E.2.1)

$$l/L = 0,5 + 0,14 (\eta_1 + \eta_2) + 0,055 (\eta_1 + \eta_2)^2 \quad (E.5)$$

ou, comme alternative

$$\frac{l}{L} = \left[\frac{1 + 0,145 (\eta_1 + \eta_2) - 0,265 \eta_1 \eta_2}{2 - 0,364 (\eta_1 + \eta_2) - 0,247 \eta_1 \eta_2} \right] \quad (E.6)$$

(b) mode d'instabilité à noeuds déplaçables (figure E.2.2)

$$\frac{l}{L} = \left[\frac{1 - 0,2 (\eta_1 + \eta_2) - 0,12 \eta_1 \eta_2}{1 - 0,8 (\eta_1 + \eta_2) + 0,60 \eta_1 \eta_2} \right]^{0,5} \quad (E.7)$$



Eurocodes pour les Structures en Acier

Élaboration d'une Approche Transnationale

Formation : Eurocode 3

Module 4 : Dimensionnement des éléments

Cours 12 : Poutres non maintenues latéralement

Résumé :

- Les poutres fléchies selon l'axe de forte inertie peuvent présenter une ruine par instabilité dans le plan de faible inertie.
- Cette forme d'instabilité implique à la fois une flèche latérale de la partie de la poutre en compression et une rotation de torsion des sections - le *déversement*
- Le moment appliqué atteint lorsqu'une poutre flambe par déversement, est appelé *moment critique élastique de déversement*.
- Une approche de dimensionnement de poutres exposées au déversement doit prendre en compte un grand nombre de facteurs - y compris la *forme du profil*, le *degré de maintien latéral*, le *type de chargement*, la *distribution des contraintes résiduelles* et les *imperfections initiales*
- Les poutres trapues (peu élancées) ne sont pas affectées par le déversement et leur résistance est gouvernée par le moment de résistance plastique de la section transversale.
- Les poutres élancées ont des capacités proches du moment critique élastique théorique.
- En réalité, de nombreuses poutres subissent les effets défavorables significatifs de l'inélasticité et d'imperfections géométriques, et la théorie élastique n'offre donc qu'une première solution.
- Une expression de dimensionnement liant, par le biais d'un *coefficient de réduction* pour le déversement χ_{LT} , la résistance plastique des poutres peu élancées au comportement élastique des poutres élancées est donnée.

Prérequis :

- Théorie de la flexion
- Flambement des éléments structuraux
- Comportement des poutres maintenues latéralement

Notes destinées aux Formateurs :

Ce support représente un cours de 30 minutes.

Objectifs :

Il convient que les étudiants :

- soient conscients du phénomène d'instabilité par déversement
- soient capables d'identifier les paramètres décisifs
- comprennent la signification des termes des équations de déversement
- soient capables d'appliquer les règles de l'EC3 au dimensionnement d'une poutre sur appuis simples non maintenue latéralement
- reconnaissent les applications pratiques où le déversement n'est pas susceptible de poser problème

Références :

- Narayanan, R., Rédacteur, "Beams and Beam Columns : Stability and Strength", Applied Science Publishers, 1983
- Chen, W. F. et Atsuta, T., "Theory of Beam Columns Volume 2, Space Behaviour and Design", McGraw Hill, 1977
- Timoshenko, S.P. et Gere, J.M., "Theory of Elastic Stability", Seconde Edition, McGraw Hill, 1962
- Trahair, N.S. et Bradford, M.A., "The Behaviour and Design of Steel Structures", E&F Spon, 1994
- Kirby, P.A. et Nethercot, D.A., "Design for Structural Stability"

Table des matières :

1. Introduction
2. Déversement élastique d'une poutre sur appuis simple
3. Élaboration d'une approche de dimensionnement
4. Extension à d'autres cas
5. Conclusion récapitulative

1. Introduction

Chaque fois qu'un élément structural élancé est chargé dans son plan rigide, il a une certaine tendance à présenter une instabilité dans un plan plus flexible. Dans le cas d'une poutre fléchié selon son axe de forte inertie, la ruine peut survenir sous une forme d'instabilité qui implique à la fois une flèche latérale et une rotation de torsion - le déversement. La figure 1 illustre ce phénomène avec une poutre en console élancée subissant l'effet d'une charge verticale à l'extrémité libre.

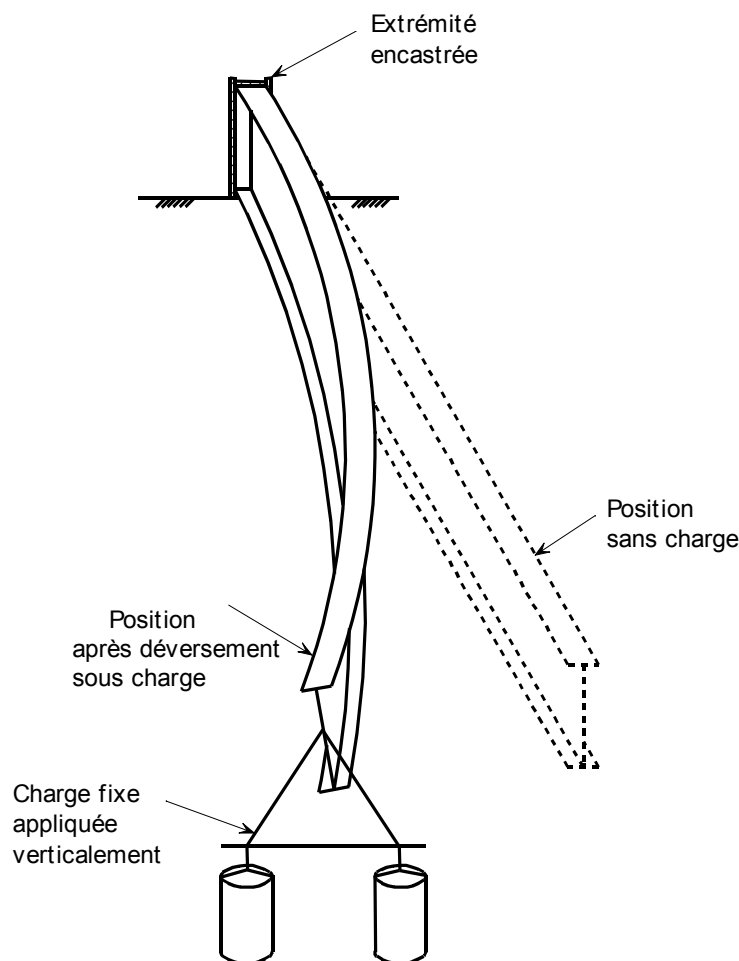


Figure 1 : Déversement d'une poutre en console élancée

Si la console était parfaitement rectiligne, la section transversale initialement libre de toutes contraintes résiduelles et le matériau parfaitement élastique, l'extrémité de la console ne fléchirait que dans le plan vertical sans flèche hors du plan, jusqu'à ce que le moment appliqué atteigne une valeur critique pour laquelle la poutre flamberait soudainement par fléchissement latéral et torsion. Une approche de dimensionnement des poutres sensibles à la ruine par déversement doit nécessairement prendre en compte un grand nombre de facteurs - y compris la forme du profil, le degré de maintien latéral, le type de chargement, la distribution des contraintes résiduelles et les imperfections initiales - et elle est donc relativement complexe. Il est instructif d'étudier tout d'abord un modèle fondamental simple pouvant être ensuite développé de sorte à inclure des cas plus généraux.

2. Déversement élastique d'une poutre sur appuis simples

La Figure 2 montre une poutre en I parfaitement élastique et initialement rectiligne, chargée par des moments d'extrémité égaux et opposés selon son axe de forte inertie (dans le plan de l'âme). La poutre n'est pas maintenue latéralement sur sa longueur sauf à chaque extrémité où la flèche latérale et la rotation de torsion des sections sont empêchées, mais où leur rotation est libre à la fois dans le plan et hors du plan. Le déversement et les déformations résultantes sont également illustrés dans la figure (noter que seule une moitié de la poutre est représentée, les déformations maximales se situant à mi-travée).

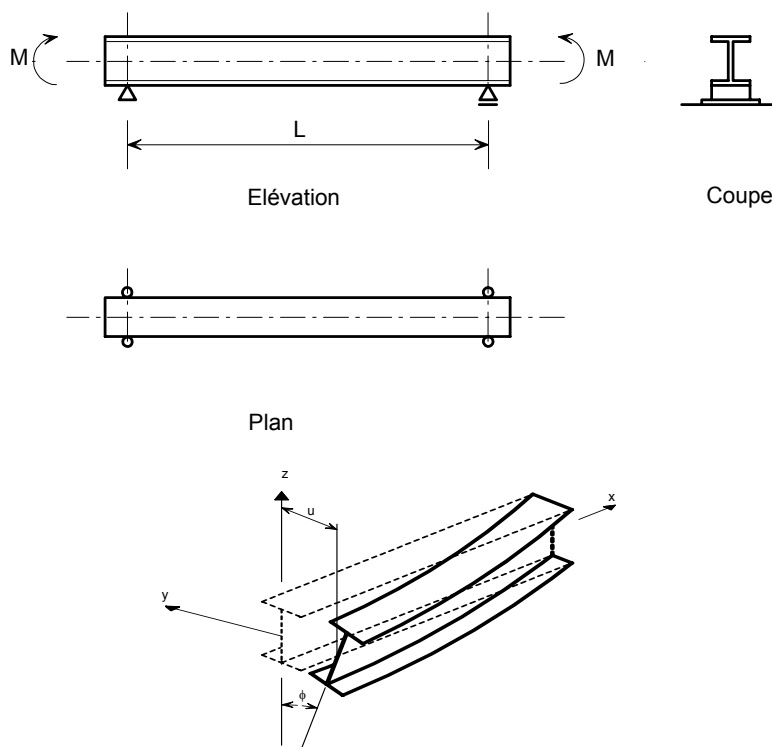


Figure 2 : Déversement d'une poutre en I sur appuis simples sous l'effet d'un moment uniforme

Le moment nécessaire pour provoquer le déversement peut être déterminé en mettant en équation l'effet déstabilisant des moments d'extrémité appliqués, agissant sur les déformations de déversement, et la résistance interne (à la flexion et à la torsion) de la section. La valeur critique des moments d'extrémité appliqués, *le moment critique élastique* (M_{cr}), est calculée par l'expression :

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2} \left[\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} \right]^{0.5} \quad (1)$$

F.1

où :

I_t : constante de torsion ; I_w : constante de gauchissement

I_z : moment d'inertie de flexion selon l'axe faible ; L : longueur de poutre non maintenue.

La présence de la rigidité de flexion (EI_z) et de la rigidité de torsion (GI_t et EI_w) dans l'équation

est une conséquence directe des composantes latérales et de torsion des déformations du déversement. L'importance relative de ces paramètres reflète le type de section transversale considéré. La figure 3 illustre ce point en comparant le moment critique élastique d'un profil en caisson (qui possède une rigidité de flexion et de torsion élevée) avec des profils ouverts de diverses formes.

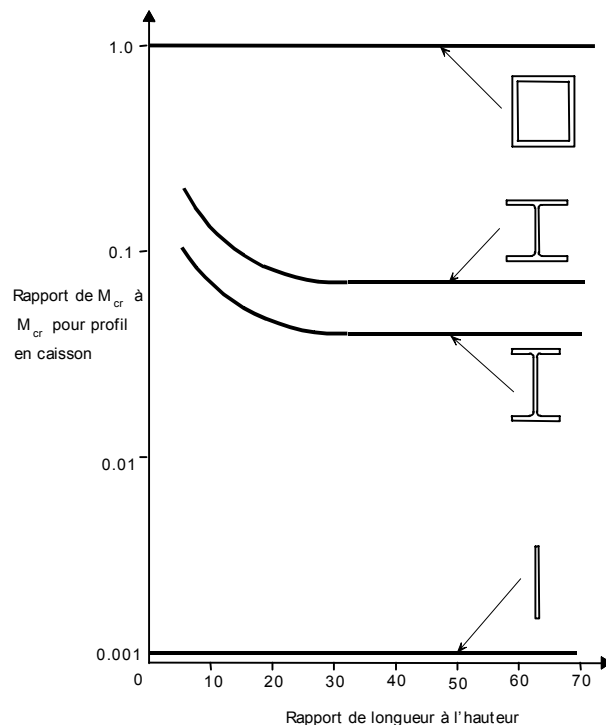


Figure 3 : Effet de la forme de section transversale sur le moment critique élastique théorique

La Figure 4 compare les valeurs du moment critique élastique (M_{cr}) pour une poutre en I et un profil de poteau possédant des capacités similaires de résistance plastique à la flexion dans le plan. Pour un profil de poutre, dont la rigidité latérale et de torsion est bien moindre, le déversement constitue un critère de dimensionnement potentiellement plus significatif.

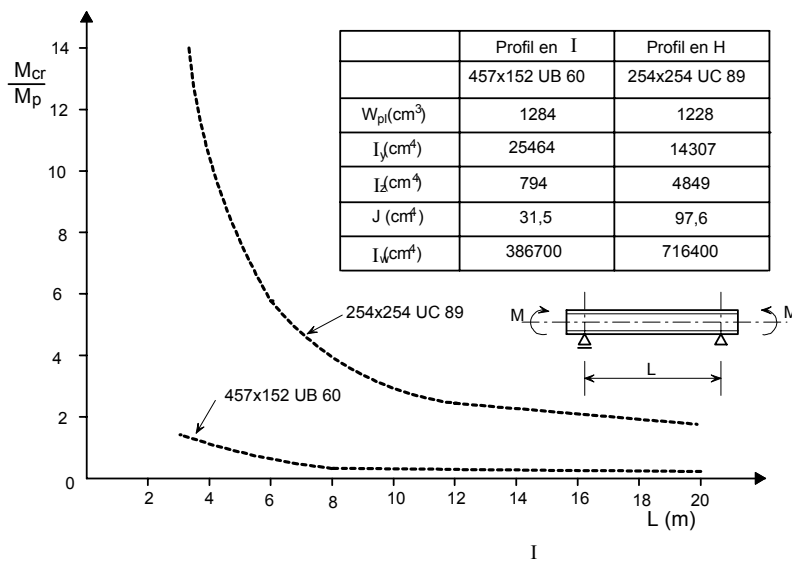


Figure 4 : Comparaison des moments critiques élastiques pour des profils en I et en H

3. Élaboration d'une approche de dimensionnement

Les poutres réelles ne sont pas parfaitement rectilignes et leur matériau n'est pas parfaitement élastique. La Figure 5 montre les effets des contraintes résiduelles et de l'écroutissage sur la résistance au déversement. Noter qu'à des valeurs d'élancement élevées le comportement est bien représenté par la théorie du déversement élastique, mais que pour les poutres peu élancées il se produit une interaction complexe car le comportement inélastique provoque une réduction de la résistance, et que pour les poutres très trapues la capacité est limitée par la résistance plastique de la section. Un traitement théorique du problème pour la pratique courante serait trop complexe, et une combinaison de théorie et de résultats d'essais est donc nécessaire pour obtenir une approche de dimensionnement fiable (sûre).

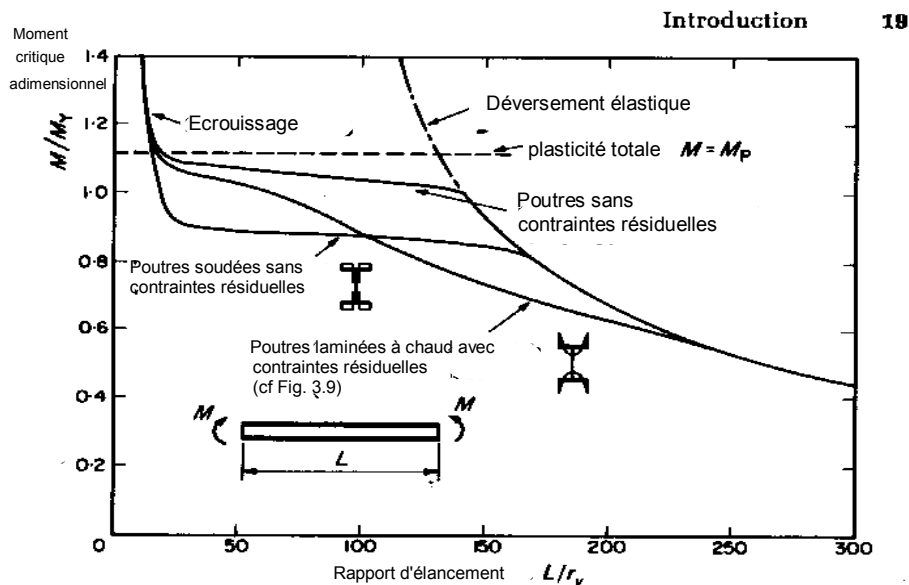


Figure 5 : Résistances des poutres au déversement

La Figure 6 compare un ensemble typique de résultats d'essais de déversement avec les

moments critiques élastiques théoriques donnés par l'équation 1. On a utilisé une représentation adimensionnelle qui permet de comparer directement les résultats de différentes séries d'essais (qui concernent différentes sections transversales et différentes résistances de matériau) au moyen d'un élancement normalisé (plus communément appelé élancement réduit) $\bar{\lambda}_{LT}$. Pour les poutres peu élancées ($\bar{\lambda}_{LT} < 0.4$) la capacité n'est pas affectée par le déversement et elle est gouvernée par le moment résistant plastique de la section transversale. Les poutres élancées ($\bar{\lambda}_{LT} > 1.2$) ont des capacités proches du moment critique élastique théorique, M_{cr} . Toutefois, les poutres d'élancement moyen, ce qui concerne de nombreuses poutres réelles, subissent l'effet défavorable significatif de l'inélasticité et d'imperfections géométriques, et la théorie élastique n'offre donc qu'une première solution. Il est nécessaire d'utiliser une expression de dimensionnement liant la capacité plastique des poutres trapues et le comportement élastique des poutres élancées. L'EC3 permet ceci grâce à un coefficient de réduction pour le déversement, χ_{LT} .

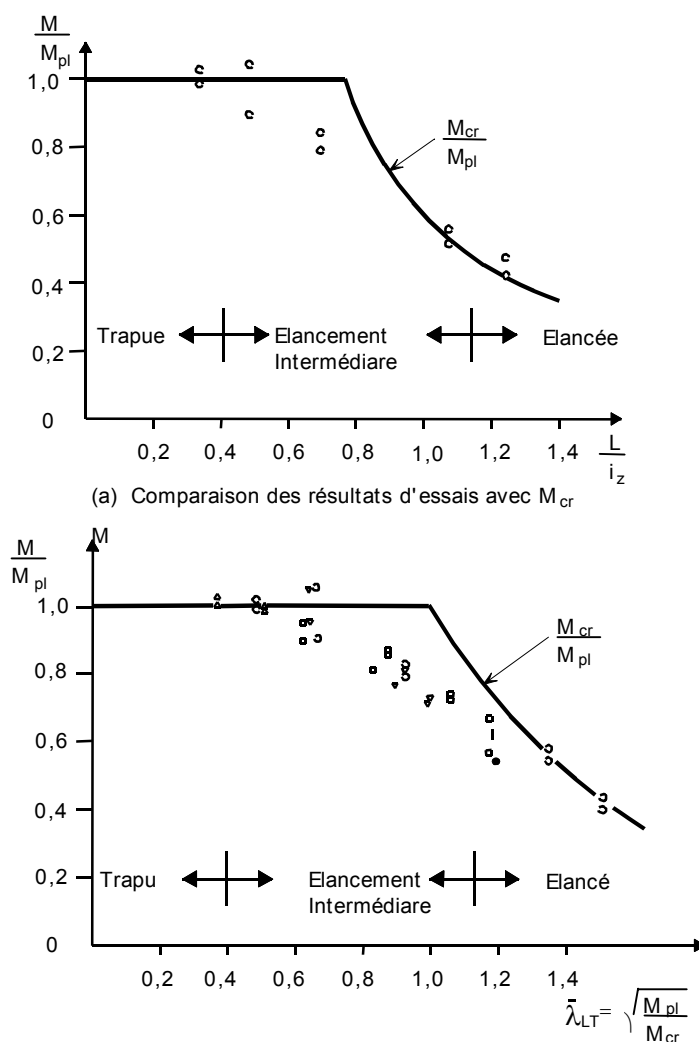


Figure 6 : Comparaison de résultats d'essais et de moments critiques élastiques théoriques

Le moment de calcul de résistance au déversement $M_{b,Rd}$ d'une poutre non maintenue

latéralement est donc pris égal à :

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \beta_w W_{pl,y} f_y / \gamma_{m1} \quad (2)$$

5.5.2 (1)
(5.48)

ce qui représente effectivement la résistance plastique de la section multipliée par le coefficient de réduction pour le déversement (χ_{LT}). La Figure 7 montre la relation existant entre χ_{LT} et l'élancement réduit $\bar{\lambda}_{LT}$.

Les courbes présentées sont exprimées par :

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + [\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2]^{0.5}} \quad (3)$$

5.5.2. (2)
(5.49)

où :

$$\phi_{LT} = 0.5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] \quad (4)$$

où α_{LT} représente un facteur d'imperfection, pris égal à 0,21 pour les profils laminés et à 0,49 pour les profils soudés (contraintes résiduelles plus élevées).

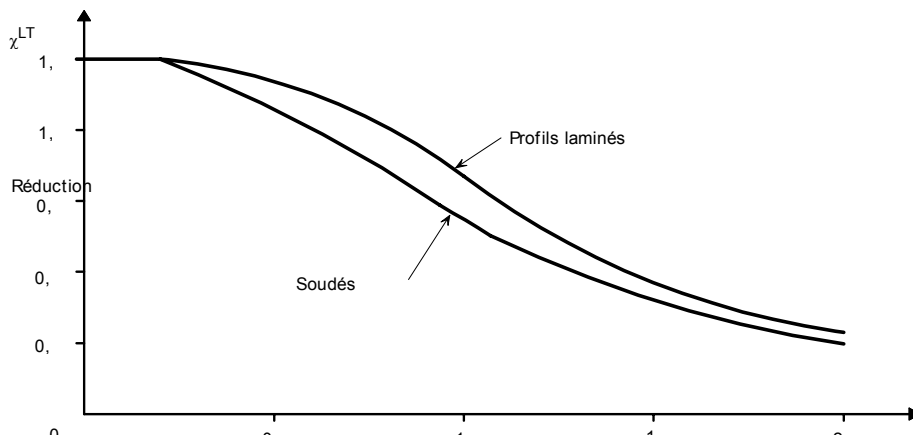


Figure 7 : Coefficient de réduction pour le déversement

$\bar{\lambda}_{LT}$, l'élancement réduit, défini comme $\sqrt{M_{bRd} / M_{cr}}$, peut être obtenu soit en calculant le moment de résistance plastique et le moment critique élastique au moyen des premiers principes (cf. Annexe F.1) ou plus commodément au moyen de l'expression :

$$\bar{\lambda}_{LT} = \left[\frac{\lambda_{LT}}{\lambda_1} \right] \beta_w^{0.5} \quad (5)$$

5.5.2 (5)

où :

$$\lambda_1 = \pi \left[\frac{E}{f_y} \right]^{0.5} \quad (6)$$

et λ_{LT} peut être obtenu au moyen des expressions appropriées pour diverses formes de profils (cf. Annexe F.2.2.). Par exemple, pour tout profil simple en I ou H à semelles égales soumis à un moment uniforme et comportant des maintiens d'extrémité simples,

F.2.2

$$\lambda_{LT} = \frac{L / i_z}{\left[1 + \frac{1}{20} \left[\frac{L / i_z}{h / t_f} \right]^2 \right]^{0.25}} \quad (7)$$

F.2.2 (5)
(F.21)

4. Extension à d'autres cas

4.1 Schéma de charges

Un moment uniforme appliqué à une poutre non maintenue constitue le cas le plus sévère en ce qui concerne le déversement. Une analyse d'autres cas de charge donne des valeurs supérieures de moments critiques élastiques. Par exemple, le moment critique élastique pour un moment uniforme est le suivant (par réécriture de l'équation (1)) :

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_z GI_t} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2 GI_t}} \quad (8)$$

mais pour une poutre soumise à une charge ponctuelle à mi-portée, le moment maximum en ce point à l'instabilité est le suivant :

$$M_{cr} = \frac{4.24}{L} \sqrt{EI_z GI_t} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2 GI_t}} \quad (9)$$

ce qui est supérieur de $4.24/\pi$ au cas de base. L'EC3 utilise ce rapport, exprimé sous forme de facteur de moment uniforme C_1 , pour prendre en compte l'influence de la disposition des charges (forme du diagramme des moments fléchissants), comme indiqué dans la Figure 8. C_1 apparaît comme un simple multiplicateur dans les expressions donnant M_{cr} (cf EC3 éq. F.2) ou sous la forme $1/\sqrt{C_1}$ dans les expressions donnant λ_{LT} .

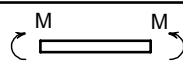
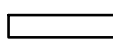
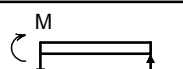
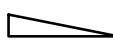
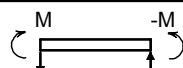
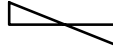
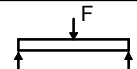
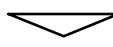
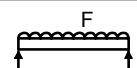

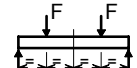
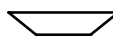
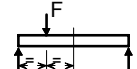
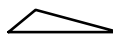
| $M_{cr} = C_1 \frac{\pi}{L} \sqrt{EI GJ} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2 GJ}}$ | | | |
|---|---|------------------|-------|
| Poutre et charges | Moment fléchissant | M_{max} | C_1 |
|  |  | M | 1,00 |
|  |  | M | 1,879 |
|  |  | M | 2,752 |
|  |  | $\frac{FL}{4}$ | 1,365 |
|  |  | $\frac{FL}{8}$ | 1,132 |
|  |  | $\frac{FL}{4}$ | 1,046 |
|  |  | $\frac{3FL}{16}$ | 0,68 |

Tableau F.1.1

Tableau F.1.2

Note : Les valeurs ci-dessus correspondent à un coefficient de longueur de déversement k de 1,0

Figure 8 : Facteurs de moment uniforme équivalent C_1

4.2 Niveau d'application de la charge

La stabilité latérale d'une poutre dépend non seulement de la disposition des charges dans la travée, mais aussi du niveau d'application de la charge par rapport au centre de gravité. La Figure 9 illustre l'effet du positionnement de la charge au-dessus et au-dessous du centre de gravité pour une simple travée avec une charge ponctuelle centrale.

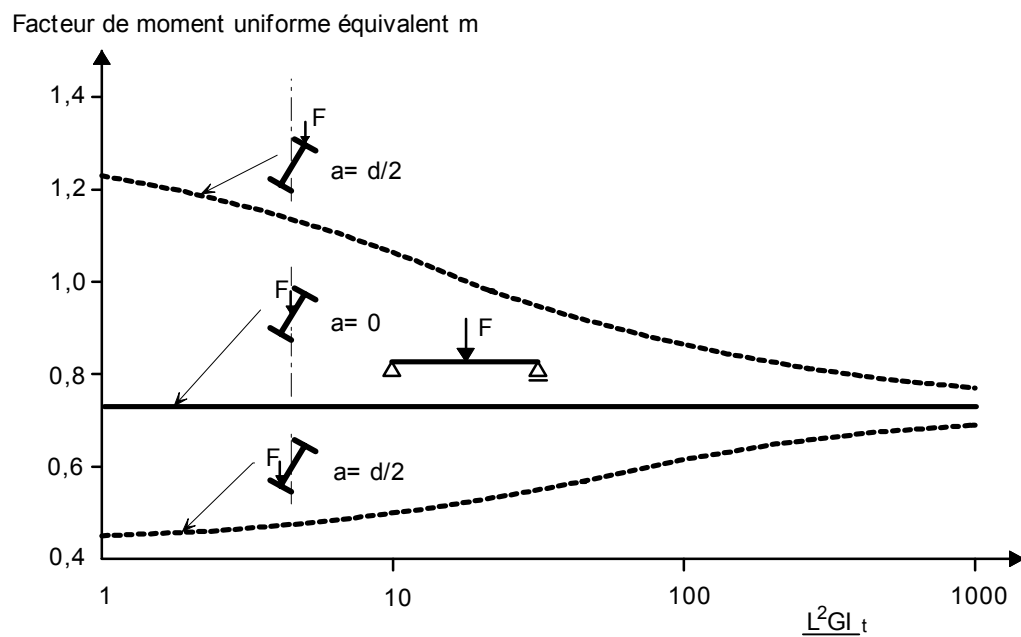


Figure 9 : Effet du niveau d'application des charges sur la stabilité des poutres

Les charges appliquées sur la semelle supérieure augmentent l'effet déstabilisant en raison du moment de torsion supplémentaire provoqué par l'action de la charge ne passant pas par le centre de gravité de la section. L'influence de ce comportement devient d'autant plus significative que la hauteur du profil augmente et / ou que la travée diminue, c'est-à-dire au fur et à mesure que L^2GI_t/EI_w diminue. Ici encore, l'EC3 prend ceci en compte en introduisant un facteur C_2 dans l'équation générale donnant le moment critique élastique (cf EC3 éq. F.2) et dans les expressions donnant λ_{LT} (cf. EC3 équations F.27 - F.31).

F.1.2 (F,2)
F.2.2 (8)
(F.27-F.31)

4.3 Conditions d'appui aux extrémités

Tout ce qui précède supposait des conditions aux extrémités empêchant tout mouvement latéral et torsion mais permettant la rotation en plan. Des conditions aux extrémités empêchant la rotation en plan améliorent la résistance élastique au déversement (de la même façon que des encastremets d'extrémités en rotation améliorent la résistance des poteaux). Une façon pratique d'intégrer l'effet de différentes conditions d'appui consiste à redéfinir la longueur non maintenue comme une longueur de déversement ou plus précisément au moyen de deux coefficients de longueur de déversement, k et k_w . Ces deux coefficients reflètent les deux types possibles de fixité d'extrémité, encastrement à la flexion latérale et encastrement au gauchissement. Toutefois, il convient de noter qu'il est recommandé de prendre k_w égal à 1,0 sauf si des dispositions particulières sont prises pour l'encastrement contre le gauchissement. L'EC3 recommande des valeurs de k de 0,5 pour les extrémités totalement encastrees, de 0,7 pour une extrémité libre et une extrémité encastree, et bien sûr de 1,0 pour deux extrémités libres. Le choix de k est laissé à la discrétion du concepteur.

F.1.2 (4)
F.1.2 (2)

4.4 Poutres comportant un maintien latéral intermédiaire

Lorsque des poutres comportent des maintiens latéraux disposés à intervalles le long de la travée, les segments de poutre situés entre les maintiens peuvent être traités séparément, le dimensionnement de la poutre se fondant sur le segment le plus critique. Il convient que les longueurs des poutres entre les maintiens utilisent un coefficient de longueur de déversement k de 1,0 et non de 0,7, étant donné que dans la déformation de déversement, la longueur non maintenue adjacente déverse également.

4.5 Poutres continues

Les poutres continues sur un certain nombre de travées peuvent être traitées comme des travées distinctes en prenant en compte, au moyen du facteur C_1 , la forme du diagramme des moments fléchissants dans chaque travée résultant de la continuité.

5. Conclusion récapitulative

- Les poutres fléchies selon l'axe de forte inertie peuvent présenter une ruine par instabilité dans le plan de faible inertie - le déversement
- Le moment auquel le déversement se produit est le moment critique élastique
- L'approche de dimensionnement doit prendre en compte de nombreux facteurs - forme de profil, degré de maintien latéral, type de chargement, distribution des contraintes résiduelles et imperfections initiales.
- Les poutres peu élancées ne sont pas affectées par le déversement
- Les poutres élancées ont des capacités proches du moment critique élastique théorique
- Les poutres réelles subissent les effets défavorables significatifs de l'inélasticité et des imperfections géométriques - la théorie élastique constitue une première solution.
- Une expression de dimensionnement liant, par l'utilisation d'un coefficient de réduction pour le déversement χ_{LT} , la résistance plastique des poutres peu élancées au comportement élastique des poutres élancées est donnée.

ANNEXE F (Informative)

Déversement

F.1 Moment critique élastique

F.1.1 Base

- (1) Le moment critique élastique de déversement d'une poutre à section transversale constante et à semelles égales, sous conditions normales d'encastrement à chaque extrémité, chargée en son centre de cisaillement et soumise à un moment de flexion uniforme, est donné par:

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2} \left[\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} \right]^{0.5} \quad (F.1)$$

où $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$

I_t = moment d'inertie de torsion

I_w = moment d'inertie de gauchissement

I_z = moment d'inertie de flexion suivant l'axe de faible inertie

et L = longueur de la poutre entre points latéralement maintenus

- (2) Les conditions normales d'encastrement à chaque extrémité sont:

- encastree contre le mouvement latéral
- encastree contre la rotation suivant l'axe longitudinal
- libre de tourner dans le plan.

F.1.2 Formules générales pour sections symétriques par rapport à l'axe de faible inertie

- (1) Dans le cas d'une poutre à section transversale constante symétrique par rapport à l'axe de faible inertie pour une flexion suivant l'axe de forte inertie, le moment critique élastique de déversement est donné par la formule générale :

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(kL)^2} \left\{ \left[\left[\frac{k}{k_w} \right]^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2 \right]^{0.5} - (C_2 z_g - C_3 z_j) \right\} \quad (F.2)$$

où C_1, C_2 et C_3 facteurs dépendant des conditions de charge et d'encastrement,

k et k_w facteurs de longueur effective

$$z_g = z_a - z_s$$

$$z_j = z_s - [0,5 \int_A z (y^2 + z^2) dA] / I_y$$

z_a = coordonnée du point d'application de la charge

z_s = coordonnée du centre de cisaillement.

Note : Voir F.1.2(7) et (8) pour les conventions de signe et F.1.4(2) pour des approximations sur z_j .

- (2) Les facteurs de longueur effective k et k_w varient de 0,5 pour un encastrement parfait à 1,0 pour des appuis simples, avec 0,7 pour une extrémité encastree et l'autre simplement appuyée.
- (3) *Le facteur k concerne la rotation de l'extrémité en plan. Il est analogue au rapport l/L d'un élément comprimé.*
- (4) *Le facteur k_w concerne le gauchissement d'extrémité. A moins d'avoir pris des mesures spéciales d'encastrement vis-à-vis du gauchissement, il convient de prendre k_w égal à 1,0.*
- (5) Des valeurs de C_1, C_2 et C_3 sont données aux tableaux F.1.1 et F.1.2 pour différents cas de charge, ainsi que l'indique la forme du diagramme du moment de flexion sur la longueur L entre appuis latéraux. Les valeurs en sont données pour différentes valeurs de k .

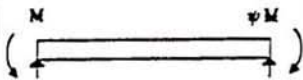
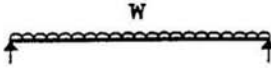
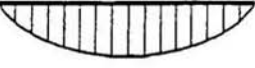
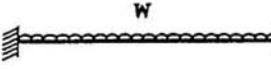

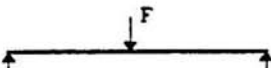
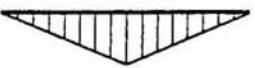
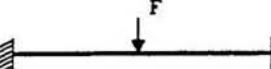

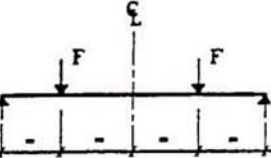

| Tableau F.1.1 | | Coefficients C_1 , C_2 et C_3 pour différentes valeurs de k , dans le cas de moments d'extrémités | | | |
|--|--------------------------------|---|-------------------------|-------|-------------------------|
| Chargement et conditions d'appuis | Diagramme de moment de flexion | Valeur de k | Coefficients | | |
| | | | C_1 | C_2 | C_3 |
|  | $\psi = +1$ | 1,0 0,7 0,5 | 1,000 1,000 1,000 | - | 1,000 1,113 1,144 |
| | $\psi = +3/4$ | 1,0 0,7 0,5 | 1,141 1,270 1,305 | - | 0,998 1,565 2,283 |
| | $\psi = +1/2$ | 1,0 0,7 0,5 | 1,323 1,473 1,514 | - | 0,992 1,556 2,271 |
| | $\psi = +1/4$ | 1,0 0,7 0,5 | 1,563 1,739 1,788 | - | 0,977 1,531 2,235 |
| | $\psi = 0$ | 1,0 0,7 0,5 | 1,879 2,092 2,150 | - | 0,939 1,473 2,150 |
| | $\psi = -1/4$ | 1,0 0,7 0,5 | 2,281 2,538 2,609 | - | 0,855 1,340 1,957 |
| | $\psi = -1/2$ | 1,0 0,7 0,5 | 2,704 3,009 3,093 | - | 0,676 1,059 1,546 |
| | $\psi = -3/4$ | 1,0 0,7 0,5 | 2,927 3,258 3,348 | - | 0,366 0,575 0,837 |
| | $\psi = -1$ | 1,0 0,7 0,5 | 2,752 3,063 3,149 | - | 0,000 0,000 0,000 |

Tableau F.1.2

Coefficients C_1 , C_2 et C_3 , pour différentes valeurs de k , dans le cas de charges transversales

| Chargement et conditions d'appuis | Diagramme de moment de flexion | Valeur de k | Coefficients | | |
|---|---|---------------|--------------|-------|-------|
| | | | C_1 | C_2 | C_3 |
|  |  | 1,0 | 1,132 | 0,459 | 0,525 |
| | | 0,5 | 0,972 | 0,304 | 0,980 |
|  |  | 1,0 | 1,285 | 1,562 | 0,753 |
| | | 0,5 | 0,712 | 0,652 | 1,070 |
|  |  | 1,0 | 1,365 | 0,553 | 1,730 |
| | | 0,5 | 1,070 | 0,432 | 3,050 |
|  |  | 1,0 | 1,565 | 1,267 | 2,640 |
| | | 0,5 | 0,938 | 0,715 | 4,800 |
|  |  | 1,0 | 1,046 | 0,430 | 1,120 |
| | | 0,5 | 1,010 | 0,410 | 1,890 |

- (6) Pour les cas où $k = 1,0$, la valeur de C_1 en fonction du rapport des moments d'extrémité tel qu'il est indiqué au tableau F.1.1, est donné approximativement par:

$$C_1 = 1,88 - 1,40 \psi + 0,52 \psi^2 \quad \text{mais } C_1 \leq 2,70 \quad (\text{F-3})$$

- (7) La convention de signe à appliquer à z_j , voir figure F.1.1, est la suivante :

- z est positif pour la semelle comprimée
- z_j est positif lorsque la semelle avec la plus grande valeur de I_z est sollicitée en compression au point de moment maximal.

- (8) La convention de signe à appliquer à z_g est la suivante:

- pour les charges de gravité, z_g est positif lorsque ces charges sont appliquées au-dessus du centre de cisaillement
- dans le cas général, z_g est positif lorsque les charges agissent vers le centre de cisaillement à partir de leur point d'application

F.1.3 Poutres à section transversale constante et doublement symétrique

- (1) Puisque $z_j = 0$ pour les sections transversales doublement symétriques, alors:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(kL)^2} \left\{ \left[\left[\frac{k}{k_w} \right]^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} + (C_2 z_g)^2 \right]^{0,5} - C_2 z_g \right\} \quad (\text{F-4})$$

- (2) Dans le cas de chargement par moments d'extrémité ($C_2=0$) ou de charges transversales appliquées au centre de cisaillement ($z_g=0$), la formule devient:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(kL)^2} \left[\left[\frac{k}{k_w} \right]^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} \right]^{0,5} \quad (\text{F-5})$$

- (3) Lorsque $k = k_w = 1,0$ (pas d'encastrement aux extrémités) :

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{L^2} \left[\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} \right]^{0,5} \quad (\text{F-6})$$

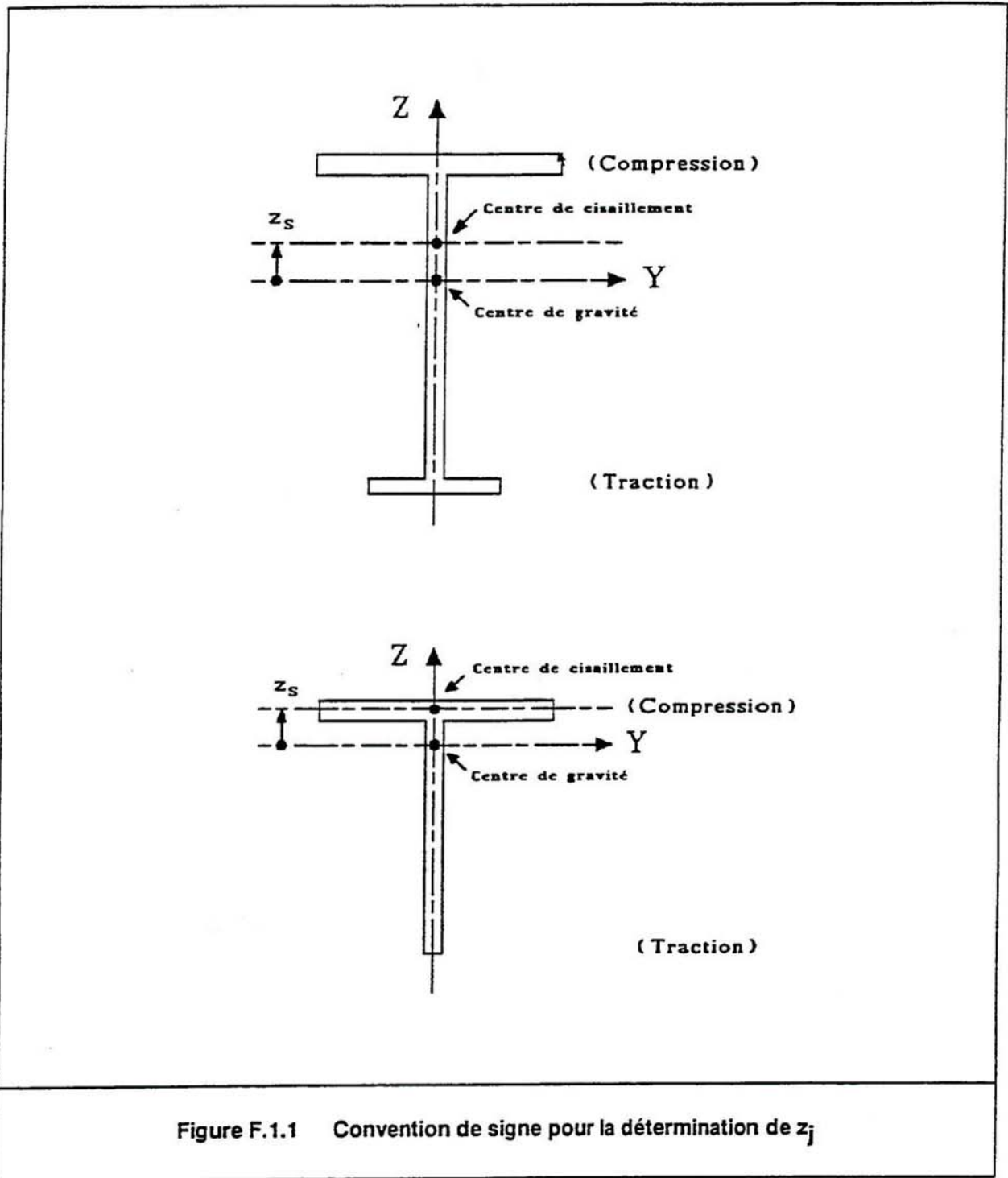


Figure F.1.1 Convention de signe pour la détermination de z_j

F.1.4 Poutres à section transversale constante mono-symétrique et à semelles inégales

(1) Pour une section en I à semelles inégales:

$$I_W = \beta_f (1 - \beta_f) I_Z h_S^2 \quad (F-7)$$

où
$$\beta_f = \frac{I_{fc}}{I_{fc} + I_{ft}}$$

I_{fc} = moment d'inertie de flexion de la semelle comprimée suivant l'axe de faible inertie de la section

I_{ft} = moment d'inertie de flexion de la semelle tendue suivant l'axe de faible inertie de la section

et h_S = distance entre les centres de cisaillement des semelles.

(2) Les approximations suivantes peuvent être utilisées pour z_j :

lorsque $\beta_f > 0,5$

$$z_j = 0,8 (2\beta_f - 1) h_S/2 \quad (F-8)$$

lorsque $\beta_f < 0,5$

$$z_j = 1,0 (2\beta_f - 1) h_S/2 \quad (F-9)$$

pour les profils dont la semelle comprimée est à bords tombés

$$z_j = 0,8 (2\beta_f - 1) (1 + h_L/h) h_S/2 \quad \text{si } \beta_f > 0,5 \quad (F-10)$$

$$z_j = 1,0 (2\beta_f - 1) (1 + h_L/h) h_S/2 \quad \text{si } \beta_f < 0,5 \quad (F-11)$$

où h_L est la hauteur des bords tombés.

F.2 Elancement

F.2.1 Généralités

(1) L'élancement $\bar{\lambda}_{LT}$ pour le déversement est donné par la formule :

$$\bar{\lambda}_{LT} = [\lambda_{LT} / \lambda_1] [\beta_w]^{0,5} \quad (F.12)$$

où $\lambda_1 = \pi [E/f_y]^{0,5} = 93,9 \varepsilon$

$$\varepsilon = [235/f_y]^{0,5} \quad (f_y \text{ en N/mm}^2)$$

$$\beta_w = 1 \quad \text{pour les sections de Classe 1 ou 2}$$

$$\beta_w = W_{eL,y} / W_{pL,y} \quad \text{pour les sections de Classe 3}$$

et $\beta_w = W_{eff,y} / W_{pL,y}$ pour les sections de Classe 4

(2) L'élancement géométrique λ_{LT} pour le déversement est donné, pour toutes les classes de sections transversales, par la formule suivante :

$$\lambda_{LT} = [\pi^2 E W_{pL,y} / M_{cr}]^{0,5} \quad (F.13)$$

F.2.2 Poutres à section transversale constante et doublement symétrique

(1) Dans les cas où $z_G = 0$ (moments d'extrémité ou charges transversales appliquées au centre de cisaillement) et $k = k_w = 1,0$ (pas d'encastrement aux extrémités), la valeur de λ_{LT} peut être obtenue par :

$$\lambda_{LT} = \frac{L \left[\frac{W_{pL,y}^2}{I_z I_w} \right]^{0,25}}{(C_1)^{0,5} \left[1 + \frac{L^2 G I_t}{\pi^2 E I_w} \right]^{0,25}} \quad (F.14)$$

qui peut aussi s'écrire :

$$\lambda_{LT} = \frac{L/i_{LT}}{(C_1)^{0,5} \left[1 + \frac{(L/a_{LT})^2}{25,66} \right]^{0,25}} \quad (F.15)$$

où $a_{LT} = (I_w/I_t)^{0,5}$

- (2) Pour une section courante en I ou en H (sans bords tombés) :

$$I_W = \frac{I_z h_s^2}{4} \quad (\text{F.16})$$

où $h_s = h - t_f$

- (3) Pour une section doublement symétrique, la valeur de i_{LT} est donnée par :

$$i_{LT} = [I_z I_W / W_{pl,y}^2]^{0,25} \quad (\text{F.17})$$

ou, avec une légère approximation, par :

$$i_{LT} = [I_z / (A - 0,5 t_w h_s)]^{0,5} \quad (\text{F.18})$$

- (4) Pour les profils laminés en I ou H conformes à la Norme de Référence 2, on peut utiliser la formule approximative ci-après qui place en sécurité :

$$\lambda_{LT} = \frac{L/i_{LT}}{(C_1)^{0,5} \left[1 + \frac{1}{20} \left[\frac{L/i_{LT}}{h/t_f} \right]^2 \right]^{0,25}} \quad (\text{F.19})$$

$$\text{ou } \lambda_{LT} = \frac{0,9 L/i_z}{(C_1)^{0,5} \left[1 + \frac{1}{20} \left[\frac{L/i_z}{h/t_f} \right]^2 \right]^{0,25}} \quad (\text{F.20})$$

- (5) Pour toute section courante en I ou H à semelles égales, l'approximation ci-après place en sécurité :

$$\lambda_{LT} = \frac{L/i_z}{(C_1)^{0,5} \left[1 + \frac{1}{20} \left[\frac{L/i_z}{h/t_f} \right]^2 \right]^{0,25}} \quad (\text{F.21})$$

- (6) Les cas avec $k < 1$ et/ou $k_w < 1,0$ peuvent être inclus en utilisant :

$$\lambda_{LT} = \frac{kL \left[\frac{W_{pl,y}^2}{I_z I_W} \right]^{0,25}}{(C_1)^{0,5} \left[\left[\frac{k}{k_w} \right]^2 + \frac{(kL)^2 GI_t}{\pi^2 EI_W} \right]^{0,25}} \quad (\text{F.22})$$

$$\text{ou } \lambda_{LT} = \frac{kL/i_{LT}}{(C_1)^{0,5} \left[\left[\frac{k}{k_W} \right]^2 + \frac{(kL/a_{LT})^2}{25,66} \right]^{0,25}} \quad (\text{F.23})$$

ou, pour les profils laminés en I ou H normalisés :

$$\lambda_{LT} = \frac{kL/i_{LT}}{(C_1)^{0,5} \left[\left[\frac{k}{k_W} \right]^2 + \frac{1}{20} \left[\frac{kL/i_{LT}}{h/t_f} \right]^2 \right]^{0,25}} \quad (\text{F.24})$$

$$\text{ou } \lambda_{LT} = \frac{0,9 kL/i_z}{(C_1)^{0,5} \left[\left[\frac{k}{k_W} \right]^2 + \frac{1}{20} \left[\frac{kL/i_z}{h/t_f} \right]^2 \right]^{0,25}} \quad (\text{F.25})$$

ou, pour toute section courante en I ou H à semelles égales :

$$\lambda_{LT} = \frac{kL/i_z}{(C_1)^{0,5} \left[\left[\frac{k}{k_W} \right]^2 + \frac{1}{20} \left[\frac{kL/i_z}{h/t_f} \right]^2 \right]^{0,25}} \quad (\text{F.26})$$

- (7) A moins que des mesures spéciales aient été prévues pour assurer l'encastrement vis-à-vis du gauchissement, il convient de prendre k_W égal à 1,0.
- (8) Les cas avec charge transversale appliquée au-dessus du centre de cisaillement ($z_g > 0$) ou en dessous du centre de cisaillement ($z_g < 0$) peuvent être inclus en utilisant :

$$\lambda_{LT} = \frac{kL \left[\frac{W_{pl,y}^2}{I_z I_W} \right]^{0,25}}{(C_1)^{0,5} \left\{ \left[\left[\frac{k}{k_W} \right]^2 + \frac{(kL)^2 GI_t}{\pi^2 EI_W} + (C_2 z_g)^2 \frac{I_z}{I_W} \right]^{0,5} - C_2 z_g \left[\frac{I_z}{I_W} \right]^{0,5} \right\}^{0,5}} \quad (\text{F.27})$$

ou, en alternative :

$$\lambda_{LT} = \frac{kL/i_{LT}}{(C_1)^{0,5} \left\{ \left[\left[\frac{k}{k_W} \right]^2 + \frac{(kL/a_{LT})^2}{25,66} + \left[\frac{2C_2 z_g}{h_s} \right]^2 \right]^{0,5} - \frac{2C_2 z_g}{h_s} \right\}^{0,5}} \quad (\text{F.28})$$

ou, pour les profils laminés en I ou H normalisés :

$$\lambda_{LT} = \frac{kL/i_{LT}}{(C_1)^{0,5} \left\{ \left[\left[\frac{k}{k_w} \right]^2 + \frac{1}{20} \left[\frac{kL/i_{LT}}{h/t_f} \right]^2 + \left[\frac{2C_2 z_g}{h_s} \right]^2 \right]^{0,5} - \frac{2C_2 z_g}{h_s} \right\}^{0,5}} \quad (F.29)$$

ou, en alternative :

$$\lambda_{LT} = \frac{0,9 kL/i_z}{(C_1)^{0,5} \left\{ \left[\left[\frac{k}{k_w} \right]^2 + \frac{1}{20} \left[\frac{kL/i_z}{h/t_f} \right]^2 + \left[\frac{2C_2 z_g}{h_s} \right]^2 \right]^{0,5} - \frac{2C_2 z_g}{h_s} \right\}^{0,5}} \quad (F.30)$$

ou, pour toute section courante en I ou H à semelles égales :

$$\lambda_{LT} = \frac{kL/i_z}{(C_1)^{0,5} \left\{ \left[\left[\frac{k}{k_w} \right]^2 + \frac{1}{20} \left[\frac{kL/i_z}{h/t_f} \right]^2 + \left[\frac{2C_2 z_g}{h_s} \right]^2 \right]^{0,5} - \frac{2C_2 z_g}{h_s} \right\}^{0,5}} \quad (F.31)$$